

# 超平行四辺形領域に拘束可能な高階調整則の設計と 電機系制御への応用に関する研究

防衛大学校理工学研究科後期課程

装備・基盤工学系専攻・装備システム工学教育研究分野

澤田 雅栄

平成25年3月



## 表記法

$s$	ラプラス演算子
$D$	時間微分演算子 ; $\frac{d}{dt}$
$:=$	定義式
$\mathbf{a}^T$	ベクトル $\mathbf{a}$ の転置ベクトル
$\mathbf{A}^T$	行列 $\mathbf{A}$ の転置行列
$\mathbf{A}^{-1}$	行列 $\mathbf{A}$ の逆行列
$\mathbf{A}^{1/2}$	行列 $\mathbf{A}$ の平方根行列
$\mathbf{A}^{T/2}$	行列 $\mathbf{A}$ の平方根行列の転置
$\mathbb{R}$	実数の集合
$\mathbb{R}^n$	実数の $n$ 次元線形空間
$\mathbf{x}$	ベクトル $\mathbf{x}$
$x_i$	$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ に対し, $x_i$ は $\mathbf{x}$ の第 $i$ 要素
$\underline{x}$	$x$ の下限値
$\bar{x}$	$x$ の上限値
$(\mathbf{W}(s)[\mathbf{x}])(t)$	安定かつプロパーな伝達関数行列 $\mathbf{W}(s)$ とその逆ラプラス変換 $\mathbf{w}(t)$ に対して $\int_0^t \mathbf{w}(t-\tau)\mathbf{x}(\tau)d\tau$
$\mathbf{x}^{(j)}(t)$	自然数 $j$ に対して, $\frac{d^j}{dt^j} \mathbf{x}(t)$
$\mathbf{x}^{[j]}(t)$	自然数 $j$ と設計定数 $f > 0$ に対して, $(D + f)^j \mathbf{x}(t)$
$\mathbf{x}^{[-j]}(t)$	自然数 $j$ , 設計定数 $f > 0$ と有限な $\mathbf{x}(0)$ に対して, $\left(\frac{1}{(s+f)^j}[\mathbf{x}]\right)(t)$ 特に $j = 1$ のとき, $\mathbf{x}_f(t)$ と表す.
$\mathbf{x}(\cdot) \in \mathcal{L}_{2e}$	時間関数 $\mathbf{x}(t)$ と有限時間 $t \geq 0$ に対して, $\ \mathbf{x}_t\ _2 := \left\{ \int_0^t \mathbf{x}^T(\tau)\mathbf{x}(\tau)d\tau \right\}^{1/2}$ が一様有界となること.
$L_2$	時間区間 $[0, \infty)$ で 2 乗可積分な関数の集合
$L_\infty$	時間区間 $[0, \infty)$ で有界な関数の集合
■	定義, 定理, 補題, 系, 仮定, 注意の終わり
Q. E. D.	証明の終わり

# 目次

表記法	i
<b>第 1 章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 電機系の適応制御	1
1.1.1 ロボットアームの適応制御系	3
1.1.2 モータと回転負荷からなる適応制御系	4
1.2 適応制御において可調整パラメータを拘束する必要性	6
1.3 従来の射影アルゴリズムとその問題点	7
1.4 研究の目的と論文の構成	9
<b>第 2 章 超平行四辺形領域に拘束可能な高階調整則の設計</b>	<b>13</b>
2.1 問題の設定	13
2.2 解軌道の滑らかさを保証する従来の高階調整則	15
2.2.1 超直方体領域内部に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則 [33]	15
2.2.2 超球領域内部に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則 [44]	17
2.3 超平行四辺形領域に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則の提案	19
<b>第 3 章 計算トルク法に基づく剛体リンクロボットアームの適応軌道制御の過渡応答改善への応用</b>	<b>29</b>
3.1 Middleton らの提案した適応軌道制御法 [16]	29
3.1.1 剛体リンクロボットアームの従来の適応制御法の分類と問題点	30
3.1.2 制御対象の数学モデル	30
3.1.3 Middleton らの構成法 [16]	33
3.2 Middleton らの構成法 [16] の問題点	35
3.3 推定慣性行列の正定性と解軌道の滑らかさを保証する射影型適応則の提案	36
3.4 数値実験	41
<b>第 4 章 DyCE 原理に基づく MRACS の過渡応答改善への応用</b>	<b>47</b>
4.1 CE 原理に基づく適応制御系の過渡特性	47
4.2 DyCE 原理に基づく MRACS の構成	49

4.2.1	DyCE 原理に基づく MRACS の特徴	49
4.2.2	解軌道の滑らかさを保証する射影型適応則を用いた DyCE 原理に基づく MRACS[33]	53
4.3	解軌道の滑らかさを保証する従来の高階調整則 [33] を用いた DyCE 原理に基づく MRACS の問題点	54
4.4	過渡応答の改善が期待できる高階調整則の提案	57
4.5	数値実験	57
<b>第 5 章</b>	<b>DyCE 原理に基づくロバスト MRACS の過渡応答改善への応用</b>	<b>67</b>
5.1	制御対象の表現と問題設定	67
5.2	超平行四辺形領域に拘束可能な高階調整則がロバスト適応則として保証する性質	70
5.3	数値実験	74
<b>第 6 章</b>	<b>計算トルク法に基づく 2 自由度柔軟リンクロボットアームの新たな位置制御法の提案と適応同定法への応用</b>	<b>79</b>
6.1	はじめに	80
6.2	制御対象の数学モデル	81
6.3	制御対象の特性が既知な場合の位置制御法の提案	85
6.4	数値実験	89
6.5	適応同定法に基づく位置制御法	93
6.5.1	適応同定法	94
6.5.2	ノミナルパラメータ $\hat{\rho}$ を用いた位置制御	96
6.6	実機実験	99
6.6.1	実験装置とその構成	99
6.6.2	実験結果	100
<b>第 7 章</b>	<b>結論</b>	<b>105</b>
7.1	本論文の主結果	105
7.2	今後の課題	106
付録 A	(P1) の証明	107
付録 B	$\dot{V}(\hat{\alpha})$ の導出	111
付録 C	誤差方程式 (3.1.15) の導出	113
付録 D	補題 3-1 の証明	115

付録 E 補題 3-2 の証明	117
付録 F 適応制御器の安定度が劣化する領域	119
付録 G クラス $S(w)$ の定義	121
付録 H $\dot{V}(t)$ の導出	123
付録 I 総運動エネルギー $T$ 及び総ポテンシャルエネルギー $U$ の導出	125
付録 J 行列 $M_{i,j}$ , $C_{i,j}$ , $\Lambda(q)$ および $B_i$ ( $i = 1, 2, j = 1, 2$ ) の要素	133
付録 K モデルパラメータ $\rho$	137
付録 L 行列 $A_1$ および $A_2$ の導出	139
付録 M 補題 6-1 の証明	143
付録 N 補題 6-2 の証明	145
付録 O 補題 6-3 の証明	147
謝辞	149
参考文献	150
刊行論文	157
学会発表リスト	158

# 第1章 序論

本章では、まず、電機系について説明し、電機系においてなぜ適応制御系を構成するのかを示す。次いで、適応制御系の実現の際に用いられる射影アルゴリズムについて説明する。また、これまでに提案された射影アルゴリズムの問題に言及するとともに本研究の目的について述べる。最後に本論文の構成について述べる。

## 1.1 電機系の適応制御

本節では、本論文で扱う電機系について述べるとともに、電機系において適応制御系を構成する必要性について説明する。

今日、航空機や船舶の操舵、工場における産業用ロボットアームから家電製品に至るまで数多くの場面で制御技術が使われている。また、その使用される制御目的に応じてさまざまな制御手法が開発されている。中でもロボットアームは、工場から医療、介護に至るまでさまざまな分野で用いられている。

ロボットアームは、動力の駆動源と駆動装置（アクチュエータ）によっていろいろな構成がとられる。例えば、産業用ロボットアームでは多くの場合、電線、空気圧パイプ、油圧パイプなどがロボットに接続され、電気エネルギー、空気圧、油圧などを供給して動作させている（例えば、文献 [1], pp.21-37）。ここでは、そのようなロボットアームの中でも電源を駆動源とし、電気モータによって駆動するロボットアームや、あるいは、その電気モータ単体に回転負荷が付いているシステムを考える。特に本論文では、このようなシステムを電機系と呼ぶことにする。

ここで考える制御手法は大きく二つある。一つは、ロボットアームを高速に動作させたときに、ロボットアーム先端を決められた位置に移動させる位置制御と先端位置を決められた軌道に追従させる軌道制御である。もう一つは、ロボットアームのアクチュエータであるモータ単体の速度制御や位置制御である。モータ単体の制御を考える理由は、ロボットアームへの制御入力の多くが各関節を動かすアクチュエータの発生トルクであり、ロボットアームを制御することはアクチュエータであるモータの制御を意味するからである。

モータによって直接制御できるのは各関節の角度  $\theta$  である。例えば、水平2自由度ロボットアームの場合、関節角  $\theta := [\theta_1, \theta_2]^T$  は Fig. 1.1 のように表される。この関節角度とロボットアームの手先位置には、幾何学的な関係があり、先端座標に手先位置を一致させるためには、先端座標を達成するための各関節角度  $\theta_d$  を算出し、モータを制御することによって各関節角  $\theta$  を目標角度  $\theta_d$  に一致させればよい。

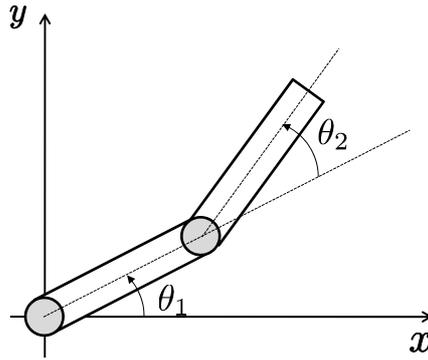


Fig. 1.1: 2 link robot arm

ロボットアームなどの  $n$  入力  $n$  関節電機系は，一般につぎのような非線形微分方程式で記述される．

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + B\dot{\theta} = \tau \quad (1.1.1)$$

ここに， $\theta$  は  $n$  次元関節ベクトル， $M(\theta)$  は  $n \times n$  の慣性行列， $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  は  $n$  次元の遠心力・コリオリ力項， $B$  は  $n \times n$  の粘性摩擦係数を表すベクトル， $\tau$  は  $n$  次元関節トルクベクトルである．ロボットアームは適当なパラメータ  $\rho$  が存在して，(1.1.1) 式の左辺は以下のように  $\rho$  に関して線形表現できる（例えば，文献 [2]，pp. 312–316，[3]，pp. 35–61）．

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + B\dot{\theta} = A(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\rho = \tau \quad (1.1.2)$$

ここに， $A(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$  はリンクの長さや重さなどのパラメータを含まない非線形関数からなる行列である． $\rho$  は適当なパラメータ（リンクの長さや重さなどから構成される要素）を並べたベクトルである．姿勢が変化することで， $A(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$  が変動し，負荷が変わることで  $\rho$  が変化することがわかる．

このようにロボットアームは，入力トルク  $\tau$  に関してアファインな形式で線形化できるという特徴を持つ．また，モータ単体に回転負荷がついているシステムは，線形時不変系で近似することができる．

本論文では，このようなロボットアームや直流モータをアクチュエータとして持つサーボ系を制御対象とする．ロボットアームとしては，リンクに十分な剛性を持つ水平 2 自由度剛体リンクロボットアームとリンクに十分な剛性を持たない水平 2 自由度の柔軟リンクロボットアームを対象とする．また，剛体リンクロボットアームや直流モータの制御では追従制御問題を，柔軟リンクロボットアームに対しては，位置制御問題を考える．

つぎにこのような電機系に対して適応制御系を用いる理由について述べるとともに，それぞれの構成法で用いる基本的な適応制御系の構成について説明する．

### 1.1.1 ロボットアームの適応制御系

先端負荷が一定，あるいは，小さい場合には，PD 制御やロバスト制御などの安定で定常偏差（角度誤差  $(\tilde{\theta}(t) := \theta(t) - \theta_d(t))$  や角速度誤差  $(\dot{\tilde{\theta}}(t) := \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t))$ ）が十分小さくなる制御手法が数多く提案されている（例えば，文献 [3]）．しかしながら，負荷が大幅に変動したり，負荷がわかっていてもいつその負荷が変化するかわからない場合には，このような制御手法では定常偏差が小さくならず制御目的を達成できない．このような場合に有効な制御手法として適応制御（例えば，文献 [4]）がある．このようなシステムを実現するための基本原理は Fig. 1.2 で表される．

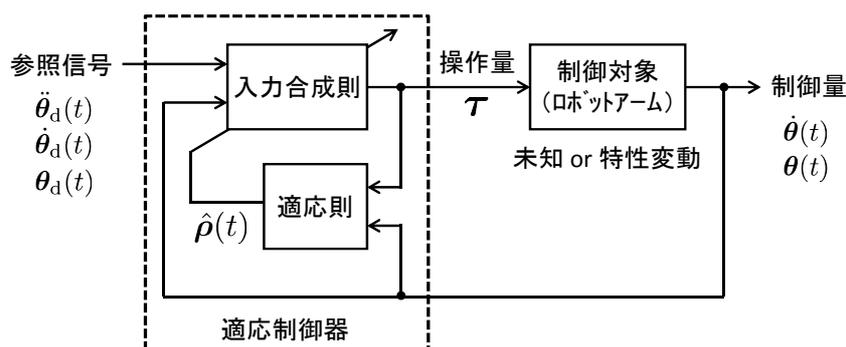


Fig. 1.2: Adaptive control system

中でも剛体リンクロボットアームの軌道を適応的に制御する方法は古くから研究されており，モデルベース制御という観点からつぎのように分類可能と思われる．

- ・ ロボット固有の受動性を活用した方法（例えば，文献 [5, 6, 7, 8, 9, 10]）
- ・ 計算トルク法 [11, 12, 13, 14] をベースとした構成法（例えば，文献 [15, 16, 17, 18]）
- ・ スライディングモードを用いた構成法（例えば，文献 [6, 20]）
- ・ 適応 I&I [21, 22] を用いた構成法 [23]

これらはいずれも定常的に追従性能を達成できる．

その一方で，単純にプラントパラメータを可調整パラメータに置き換えた適応制御系，いわゆる Certainty Equivalent (CE) 原理に基づく適応制御系 [24] の過渡特性は，一般に，

- (i) 可調整パラメータの変化率に依存して過渡応答が劣化する
- (ii) 可調整パラメータが最適なパラメータに調整されるまでの間，過渡応答が劣化する

という特徴を有する．

特に (i) の問題は，適応制御系の制御誤差（追従誤差）が可調整パラメータの変化率に依存することに起因して発生するため，制御入力合成の仕方を工夫することによりその影響を相殺することができる．

計算トルク法をベースとした Middleton らの方法 [16] は，制御誤差が可調整パラメータの微分値に依存しない制御入力トルクの合成法となっている．この制御系の構成法は，今でいう Dynamic CE (DyCE) 原理に基づく構成法と同様な制御系となっていることから，(i) の問題を解決する意味で適応制御系の過渡応答の改善を考慮した有用な方法である (Fig. 1.3 参照) ．

DyCE 原理に基づく適応制御系は，Morse によって提案され [25] ，現在までにさまざまな構成法 [26, 27, 28, 29, 30] が提案されている．この構成法の鍵は，可調整パラメータの高階微分値を制御量の微分値を用いることなく調整する High order tuner (HOT) にある．この構成法では，可調整パラメータの高階微分値を用いた補助入力信号を適応制御器に含ませることによって，従来の CE 原理に基づく適応制御系において制御誤差に含まれていた可調整パラメータの変化率に依存する成分を完全に相殺することができるため，制御対象の相対次数が 2 以上になっても適応則を出力誤差で直接駆動できる．このため，CE 原理に基づく適応制御系よりも過渡特性を改善できる特長を有する．

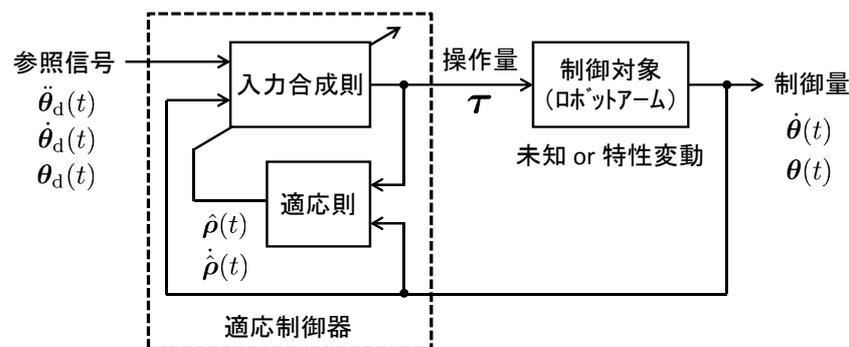


Fig. 1.3: Adaptive control system based on Computed Torque Method [16]

本論文では，従来の CE 原理に基づく適応制御系の問題点を解決できる計算トルク法に基づく構成法に着目する．ただし，柔軟リンクロボットアームの制御では，単純に剛体リンクロボットアームで用いられている計算トルク法を適用できない．なぜなら，リンクに十分な剛性を持たないことから，高速に動作させるとたわみが生じるからである．また，計算トルク法を用いるためには，慣性力や遠心力・コリオリ力項に起因する非線形項を打ち消す必要があるが，正確にこれを知ることにはできない．そこで，本論文では，柔軟リンクロボットアームに対する新たな制御則を開発するとともに制御則に必要なパラメータを適応同定により求める．

### 1.1.2 モータと回転負荷からなる適応制御系

モータと回転負荷からなるシステムでは，負荷が大きくなると負荷の慣性モーメントが変動することで制御対象の特性が変化する．負荷が小さい場合には，フィードバック制御系が低感度を持つように制御器を設計すれば制御性能は劣化しない．しかしながら，大幅に負荷が変動する場合にはもはや要求性能を満たさなくなる．大幅な変動を想定して制御器をハイゲイン補償器にしよう

とすると，ループゲインが増加して制御系の安定性が損なわれる可能性がある．このような場合に有効な制御手法として適応制御がある．中でも，モータのように線形時不変系で近似できるシステムに対してよく用いられる制御手法にモデル規範形適応制御系 (Model Reference Adaptive Control System : MRACS) (Fig. 1.4 参照) [31, 32] がある．

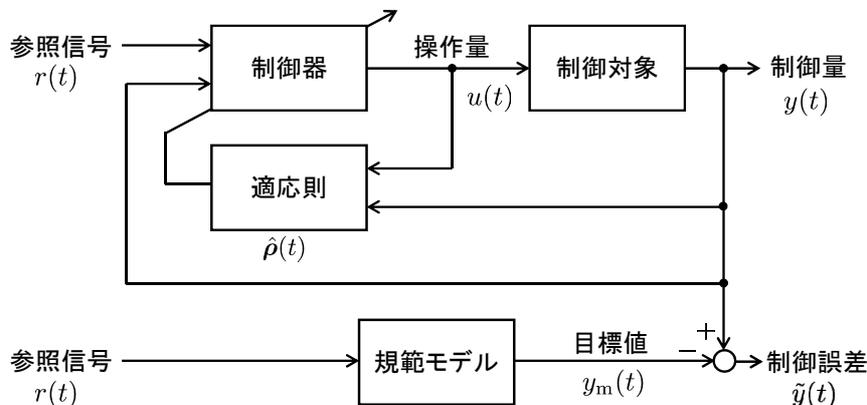


Fig. 1.4: MRACS based on CE control

MRACS とは，制御系としての要求性能を満足するモデルを規範モデルの形式で表現し，規範モデルの出力に制御対象の出力が追従するように制御器の可調整パラメータ ( $\hat{\rho}(t)$ ) を調整しようとするものである．前節でも述べたように，未知パラメータを単純に可調整パラメータに置き換えた CE 原理に基づく適応制御系は，(i) や (ii) の特徴を有する．(i) の問題は，DyCE 原理に基づく構成法とすることで解決できる (Fig. 1.5 参照) ．

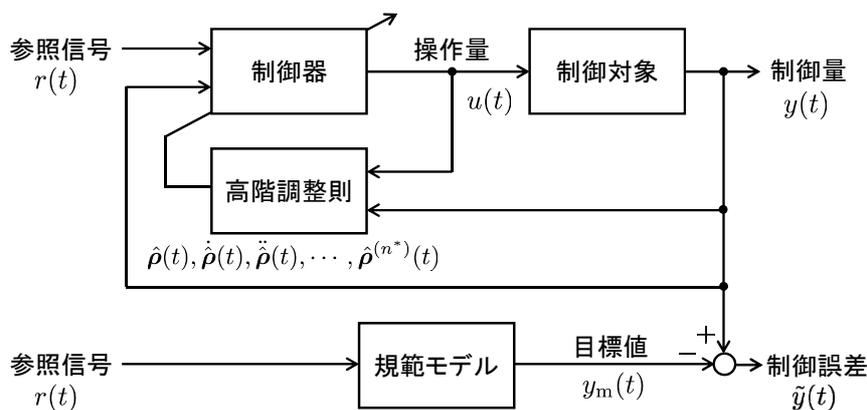


Fig. 1.5: MRACS based on DyCE control

ただし，この構成法を用いて，角度情報のみでモータの位置制御を行うためには，可調整パラメータの 2 階微分を必要とする．このため，この構成法では通常の適応則ではなく高階調整則が必要となる．

本論文ではモータの制御にも有効な DyCE 原理に基づく MRACS に着目する．

## 1.2 適応制御において可調整パラメータを拘束する必要性

計算トルク法に基づく適応軌道制御系 [16] は，制御系の安定性を確保するために推定慣性行列の正定性を確保しながら可調整パラメータの微分値の存在を保証する必要がある．また，モータの速度や位置制御などに有効な DyCE 原理に基づく MRACS では，適応制御器を構成するために可調整パラメータの高階微分値の存在や除算を含む制御入力を用いる際には，可調整パラメータによる零割の回避が必要となる．

例えば，制御対象の次数を  $n$ ，相対次数を  $n^*$  とすると，DyCE 原理に基づく制御則は次式で与えられる．

$$u(t) = \frac{y_m^{[n^*]}(t) - \sum_{i=2}^{2n} \zeta_i^{[n^*]}(t) \hat{\rho}_i(t) - f(t)}{\hat{\rho}_1(t)} \quad (1.2.1)$$

ここに， $f(t)$  は可調整パラメータの高階微分値に依存する補助入力である．また， $\zeta_i(t)$  は要素が系の入出力 ( $u(t)$ ,  $y(t)$ ) の過去のデータに依存する回帰ベクトルを， $\hat{\rho}_i(t)$  は可調整パラメータを表す．

(注意) DyCE 原理に基づく構成法では，CE 原理による誤差方程式と異なり， $f(t)$  の存在によって， $\tilde{y}(t) := y(t) - y_m(t)$  は可調整パラメータの高階微分値の影響を全く受けない．したがって， $y(t)$  の過渡応答は適応速度に応じて劣化することはない．ただし， $y(t)$  の高階微分値が利用できない場合には， $y^{(j)}(t)$  ( $j = 1 \sim n^* - 1$ ) を用いずに  $\hat{\rho}^{(j)}$  ( $j = 1 \sim n^*$ ) を生成する特別な適応則が必要である．そのような特別な適応則が高階調整則 (High Order Tuner : HOT) である． ■

このような適応制御系を実現するためには，可調整パラメータを指定凸領域に拘束する必要がある．指定凸領域に制御器の可調整パラメータを拘束するためには，射影アルゴリズムを併用した適応則を用いる必要がある．射影アルゴリズムが必要となる理由は他にも

先見情報を活用した効率のよいパラメータ調整を行いたい場合 [33] ．

外乱，雑音や非モデル化動特性などの不確かさの存在に起因する可調整パラメータのドリフト現象を防止し，その有界性を確保するため射影型ロバスト適応則 (例えば，文献 [31]，pp. 530–633) を用いる必要がある場合 ．

等がある ．

このように適応制御系を実現するためにはしばしば，指定凸領域に制御器の可調整パラメータを拘束できる射影アルゴリズムを併用した適応則が用いられる [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45] ．

本論文では，計算トルク法に基づく適応軌道制御系や DyCE 原理に基づく適応制御系で用いられる射影アルゴリズムに注目する ．

例えば，(1.2.1) 式の制御入力を実現するためには，

- ・ 可調整パラメータの微分値の存在の保証

- ・  $\hat{\rho}_1(t)$  による零割の回避

を考慮する必要がある．このため，可調整パラメータの推定は全空間を探索するのではなく，限定して推定する必要がある．(1.2.1) 式では，可調整パラメータの下限値の設定を必要とする．

可調整パラメータの探索空間を限定するためには，可調整パラメータを更新する適応則に用途に応じたパラメータ射影アルゴリズムを用いればよい．

### 1.3 従来の射影アルゴリズムとその問題点

射影アルゴリズムはこれまでにさまざまな方法が提案されており [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45]，可調整パラメータが常に微分可能かどうかで二つに分類される (Table 1.1 および Table 1.2 参照) ．

Table 1.1: Switching type parameter projection

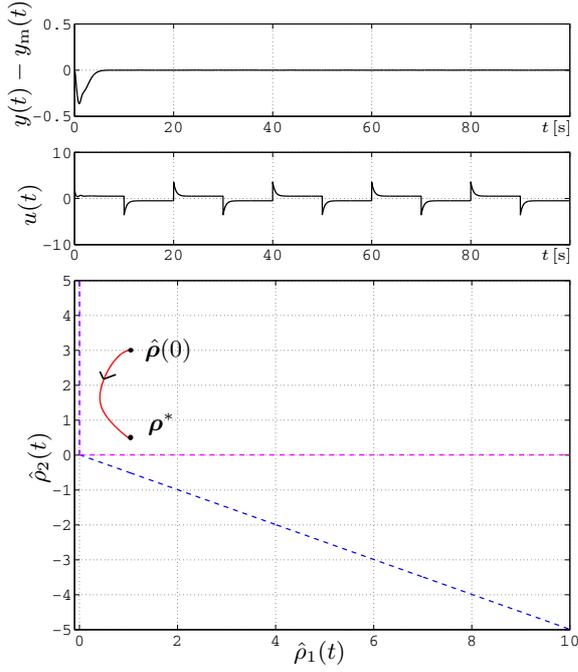
切換型パラメータ射影アルゴリズム			
年	提案者	凸集合の形状	特徴
1987	Goodwin <i>et al.</i> [35]	滑らかな境界	–
1992	Pomet <i>et al.</i> [36]	超球状の境界	解の存在や一意性の保証
1998	Krstic <i>et al.</i> [37, 38]	滑らかな境界	
2006	Kuhnen <i>et al.</i> [40]	任意の境界	

Table 1.2: Smooth type parameter projection

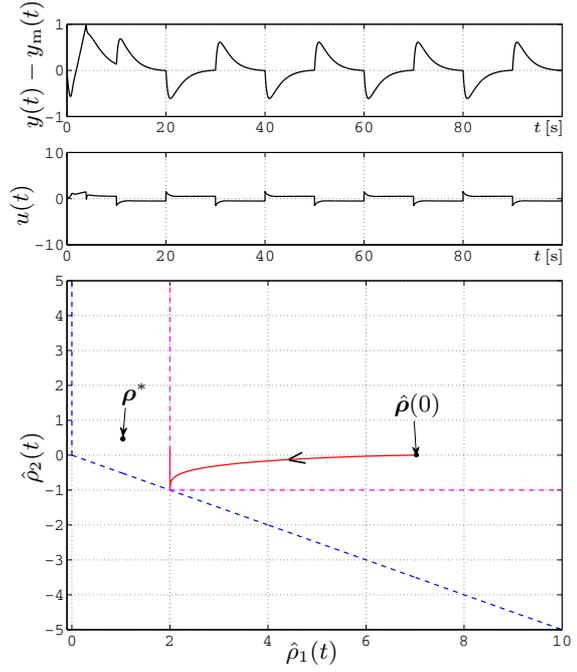
滑らかなパラメータ射影アルゴリズム			
年	提案者	凸集合の形状	特徴
2004 2005	Akella <i>et al.</i> [41, 42]	超直方体状の境界	適応 I&I の活用
2006	Z.Cai <i>et al.</i> [44, 45]	超球状の境界	適応 BS 系等の ロバスト適応則への利用
2007 2008	棚橋ら [33, 43]	超直方体状の境界	勾配法型適応則 (DyCE 原理に基づく MRACS や適応 BS 系 の実現)

一つは，適応則を構成する積分器の入力を凸集合の境界上で切換えることによって射影動作を実現する，いわゆる「切換型の射影アルゴリズム」であり，CE 原理に基づく適応制御系でよく用いられる．最新の切換型射影アルゴリズム [40] では，超球や超多面体など任意の形状の境界を持つ凸集合に拘束可能で，しかも，解の存在や一意性が保証される．しかしながら，切換型射影アルゴリズムでは，射影動作の開始または射影動作から解放される時刻で可調整パラメータの微分値が存在しない．このため，射影動作に起因して適応制御系の過渡応答が劣化する場合があります，





**Fig. 1.7:** Trajectory of  $\hat{\rho}(t)$  with conventional smooth type parameter projection (case 1)



**Fig. 1.8:** Trajectory of  $\hat{\rho}(t)$  with conventional smooth type parameter projection (case 2)

する以下の領域  $\Theta_s$  が得られているものとする .

$$\Theta_s := \{\hat{\rho} \mid \hat{\rho}_1 > 0, \hat{\rho}_2 > -0.5\hat{\rho}_1\} \quad (1.3.1)$$

ここでは、一例として、文献 [33] の構成法を用いて数値実験を行った .

Figure 1.7 と Fig. 1.8 は、この  $\Theta_s$  の補集合領域を可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  の解軌道が通過しないように拘束した数値例である . Figure 1.7 は、可調整パラメータの初期値  $\hat{\rho}(0)$  と最適値  $\rho^*$  が設定した拘束領域 ( $\hat{\rho}_1(t) > 0, \hat{\rho}_2(t) > 0$ ) 内にある場合 (条件 1) , Fig. 1.8 は、可調整パラメータの最適値が拘束領域 ( $\hat{\rho}_1(t) > 2, \hat{\rho}_2(t) > -1$ ) の外にある場合 (条件 2) である . 条件 1 では、文献 [33] の構成法を用いても十分制御目的が達成されているが、条件 2 では、過渡応答や定常特性に影響が出ている .

すなわち、可調整パラメータの拘束領域によっては、適応制御系の性能が劣化する場合があることを意味する . もし、適応制御器の可調整パラメータが  $\Theta_s$  の補集合領域に留まらないように事前情報から拘束領域を設定できれば、このような制御性能の劣化は生じしない .

## 1.4 研究の目的と論文の構成

本研究の目的は二つある . 一つは、新しい高階調整則の開発である . この新たな高階調整則によって、可調整パラメータを超平行四辺形の内部領域に拘束する . 従来とは異なる可調整パラメータの拘束集合を提案することで、適応制御系に用いる高階調整則の選択肢を広げることができる .

二つ目は、提案法を電機系制御に応用し、その有効性を検証することである。応用例は大きく二つに分類される。一つは、既存の制御則を活用し、適応則として提案する高階調整則をロボットアームの適応軌道制御系や DyCE 原理に基づく MRACS に応用する例である。もう一つは、リンクに十分な剛性を持たない柔軟リンクロボットアームにおいて、新たな制御則の開発を行い、その制御則で用いるパラメータの閉ループ同定に提案法を活用する例である。実際の適応制御系や適応同定を行う系に適用することで、従来法と比較して制御系の実現や過渡応答の改善が図られることを示す。

本論文の構成は以下の 7 章から構成される (Fig. 1.9 参照)。

第 2 章では新たな高階調整則を提案する。提案法は、可調整パラメータの解軌道の滑らかさを保証しながら超平行四辺形の内部領域に可調整パラメータを拘束することができる。

第 3 章では、提案法を Middleton と Goodwin の剛体リンクロボットアームの適応軌道制御系 [16] に応用する。Middleton らの方法は、制御誤差の過渡応答の改善が期待できる構成法である。なぜなら誤差方程式が、DyCE 原理に基づく構成法のように可調整パラメータの微分値に依存しない構成法となっているからである。しかしながら Middleton らの方法では、適応則に切換型の射影アルゴリズムを用いているため、厳密に制御入力を実現できない問題点を有する。そこで、提案法を用いてこの問題を解決する [46]。

第 4 章では、提案法を DyCE 原理に基づく MRACS に応用する。このとき、適応制御器の可調整パラメータが、MRACS の安定度を劣化させる領域を通過しないように拘束することで制御性能が改善できることを示す [47]。

第 5 章では、提案法がロバスト適応則としても有効に動作することを示す。現実の適応制御系では雑音や外乱の影響を受けることで、可調整パラメータがドリフトを生じ、望ましい値を保持できない場合が存在する。そこで提案法を用いることで、第 4 章で述べた制御性能の劣化を回避し、パラメータドリフトが防止できることを示す [51]。

第 6 章では、計算トルク法に基づく水平 2 自由度柔軟リンクロボットアームの位置制御法を提案する。また、この構成法がモデルベース制御であることを踏まえ、モデル化誤差を考慮した方法に拡張する。その際、第 2 章で提案する高階調整則を用いて、制御器の可調整パラメータを同定する。さらに、そこで得られた値をもとに位置制御系を構成し、実機実験によりその有効性を検証する。

最後に第 7 章で本研究をまとめる。

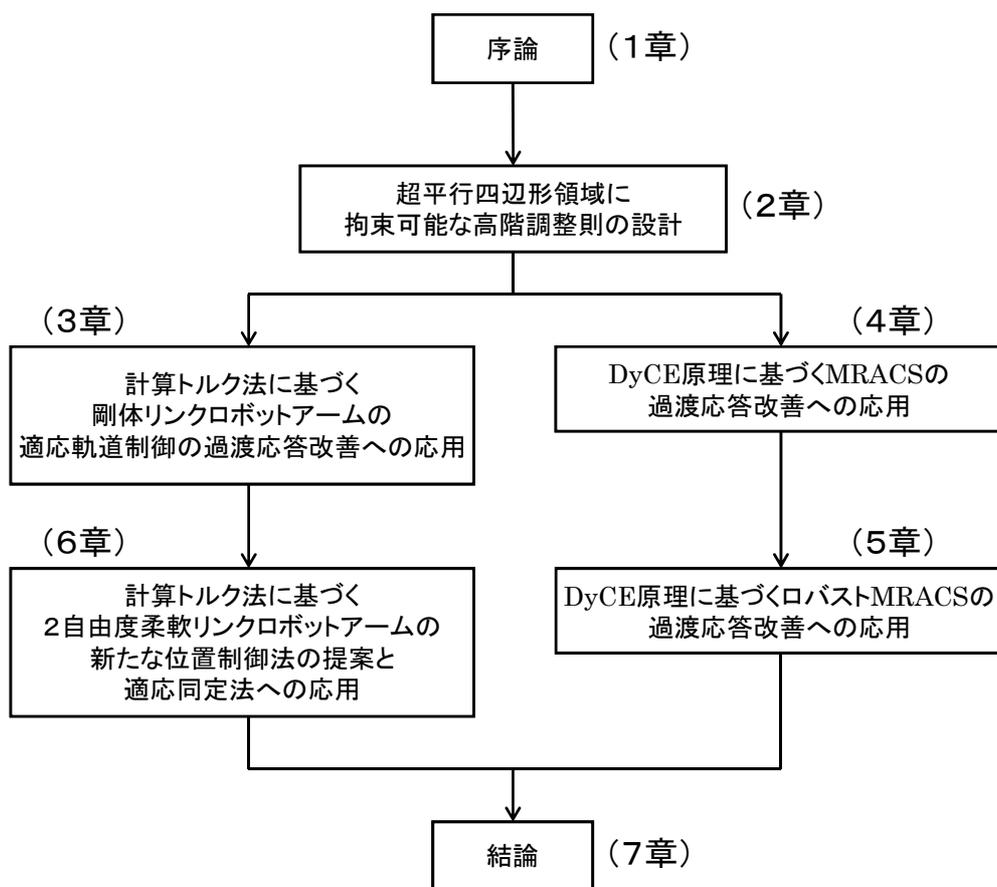


Fig. 1.9: Structure of this paper



## 第2章 超平行四辺形領域に拘束可能な高階調整則の設計

本章では、まず、勾配法型適応則の基本形となる高階調整則について述べる。次いで、この基本形である高階調整則をもとに従来の解軌道の滑らかさを保証する高階調整則を示すとともに、本論文で提案する高階調整則の設計方法を示す。また、提案する高階調整則によって保証される性質を示す。

### 2.1 問題の設定

適応同定や適応制御などの適応制御系の設計では、制御対象は一般につきの形式で表現される（例えば、文献 [32], pp.51–68）。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Z}(t)\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\epsilon}(t) \quad (2.1.1)$$

ここに、 $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^\ell$  ( $\mathbf{y}(t) := [y_1(t), y_2(t), \dots, y_\ell(t)]^T$ ) は時刻  $t$  における系の出力で、 $n^*$  回連続微分可能なベクトル信号、 $\mathbf{Z}(t) \in \mathbb{R}^{\ell \times p}$  は要素が系の入出力の過去のデータに依存する回帰行列、 $\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^p$  は  $\mathbf{Z}(t)$  の与え方に依存して一意に定まる未知な定数ベクトルとする。また、 $\boldsymbol{\epsilon}(t)$  は制御対象の内部状態の初期値に依存して指数減衰する信号である。

このとき、以下の仮定を設ける。

#### 【仮定】

A1) 制御対象の次数  $n$  および相対次数  $n^*$  ( $\leq n$ ) は既知である。

A2)  $\mathbf{y}(t)$ ,  $\mathbf{Z}(t)$  は利用可能な信号であり、有界である。

(2.1.1) 式に対応した推定モデルを

$$\hat{\mathbf{y}}(t) := \mathbf{Z}(t)\hat{\boldsymbol{\rho}}(t) \quad (2.1.2)$$

とする。ここで、以下の評価関数を最小化する勾配法型適応則を導出する。

$$J(\hat{\boldsymbol{\rho}}(t)) := \frac{1}{2} \int_0^t h(t-\sigma) \|\mathbf{y}(\sigma) - \mathbf{Z}(\sigma)\hat{\boldsymbol{\rho}}(t)\|^2 d\sigma \quad (2.1.3)$$

$$h(t) := \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\lambda_0^{n^*}}{(s + \lambda_0)^{n^*}} \right]; \lambda_0 > 0 \quad (2.1.4)$$

このとき,  $\dot{\hat{\rho}}(t)$  はつぎのように計算される .

高階調整則 (基本形 : 可調整パラメータに対する拘束なし)

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\rho}}(t) &= \Gamma \left( -\frac{\partial J}{\partial \hat{\rho}} \right)^T \\ &= \Gamma \nu(t); \|\hat{\rho}(0) < \infty\| \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

$$\nu(t) := p(t) - R(t)\hat{\rho}(t) \quad (2.1.6)$$

ここに ,

$$\Gamma := \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p\} > 0 \quad (2.1.7)$$

$$p(t) = \int_0^t h(t-\sigma) Z^T(\sigma) y(\sigma) d\sigma \quad (2.1.8)$$

$$R(t) = \int_0^t h(t-\sigma) Z^T(\sigma) Z(\sigma) d\sigma \quad (2.1.9)$$

(2.1.4) 式より,  $h(s)$  の相対次数が  $n^*$  なので, (2.1.5) 式の右辺は,  $y_i^{(j)}(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, \ell$ ,  $j = 1, 2, \dots, n^* - 1$ ) を用いずに  $\hat{\rho}^{(j)}(t)$  ( $j = 1, 2, \dots, n^*$ ) を生成することが可能な高階調整則 (HOT) [28, 29, 52] となっている .

【補題 2-1】 (2.1.5) 式の高階調整則によりつぎの性質が保証される [28, 29, 52] .

$$(P1-1) \quad \hat{\rho}(\cdot), \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in L_\infty$$

$$(P1-2) \quad J(\cdot) \in L_1, R^{\frac{T}{2}}(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot) \in L_2$$

$$(P1-3) \quad \hat{\rho}(\cdot), \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in L_2$$

$$(P1-4) \quad \hat{\rho}^{(j)}(\cdot) \in L_\infty \quad (j = 2 \sim n^*)$$

$$\text{ここに, } \tilde{\rho}(t) := \rho - \hat{\rho}(t)$$

(2.1.5) 式の高階調整則は, あらゆる  $p$  次元の  $\rho$  領域を探索することとなるが, 時刻無限大 ( $t \rightarrow \infty$ ) で  $J(t)$  が 0 に収束することを保証する [28, 29, 52] .

(注意 2-1)  $t \rightarrow \infty$  で  $J(t)$  は 0 に収束するが, このとき, 必ずしも次式を満足するとは限らない .

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\rho}(t) = \rho \quad (2.1.10)$$

なぜなら,  $t \rightarrow \infty$  で,  $Z(t)\tilde{\rho}(t)$  全体が

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t)\tilde{\rho}(t) = \mathbf{0} \quad (2.1.11)$$

の条件が成り立つ場合にも  $J(t)$  は 0 に収束するからである . (2.1.10) 式が成り立つためには,  $Z(t)$  が PS (Persistently Spanning) 信号である必要がある . この場合, この高階調整則は同定則としても利用可能である . ■

### < 問題の設定 >

ここで考える問題は、有界信号  $y(t)$  と  $Z(t)$  が利用可能であるとき、 $y(t)$  の微分や高階微分を一切用いずに  $\rho$  の推定値  $\hat{\rho}(t)$  とその高階微分値  $\hat{\rho}^{(j)}(t) (j = 1, 2, \dots, n^*)$  を入手する高階調整則に、 $\hat{\rho}(t)$  の解軌道を設計凸集合に拘束する能力を付与する射影アルゴリズムを設計することである。

そこで次節以降では、(2.1.5) 式をベースにつぎの3つの凸集合に可調整パラメータを拘束する方法について述べる。

- (1) 超直方体領域 (文献 [33, 41, 42, 43])
- (2) 超球領域 (文献 [44, 45])
- (3) 超平行四辺形領域 (本論文で提案)

## 2.2 解軌道の滑らかさを保証する従来の高階調整則

これまでに提案された滑らかな射影アルゴリズムを有する高階調整則は、拘束すべき凸集合に依存して以下の二つのクラスに分類される。一つは凸集合が超直方体の内部集合 [33, 41, 42, 43] の場合であり、もう一つは超球内部集合 [44, 45] の場合である。

そこで本節では、つぎの二つの高階調整則について述べる。

- (1) 超直方体領域内部に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則 (文献 [33])
- (2) 超球領域内部に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則 (文献 [44])

### 2.2.1 超直方体領域内部に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則 [33]

棚橋ら [33] は、勾配法型適応則に対して拘束すべき凸集合を超直方体の内部集合；

$$C_r := \{\hat{\rho}(t) \mid \underline{\rho}_i < \hat{\rho}_i(t) < \bar{\rho}_i\} \quad (i = 1 \sim p) \quad (2.2.1)$$

( $n = 1$  の場合、 $C_r$  は Fig. 2.1 で示される長方形の内部領域：境界は含まない) とする滑らかな射影アルゴリズムを提案した。この高階調整則は、制御則に可調整パラメータによる割り算を含んでいる場合に、従来の切換型射影アルゴリズムの動作に起因して生じる適応制御系の過渡応答劣化を改善した。

棚橋らは、DyCE原理に基づくMRACS [33] やチューニング関数に基づく適応BS (Backstepping) 制御系 [43] の過渡応答や推定効率を改善し、かつ、前述したように入力合成時の零特異問題を回避する方法を提案した。

棚橋らが提案した高階調整則は次式で与えられる。

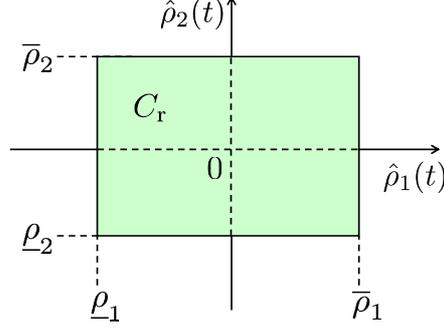


Fig. 2.1: Definition of convex set  $C_r$  ( $n = 1$ )

高階調整則 [33] (超直方体領域内部に可調整パラメータを拘束)

$$\begin{cases} \hat{\rho}_i(t) := \beta_i + g_i \tanh \hat{\psi}_i(t); \text{ for } i = 1 \sim p \\ \dot{\hat{\psi}}(t) := \Gamma \nu(t) \end{cases} \quad (2.2.2)$$

ここに,

$$\hat{\psi}_i(0) := \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\hat{\rho}_i(0) - \underline{\rho}_i}{\bar{\rho}_i - \hat{\rho}_i(0)} \right); \quad \underline{\rho}_i < \hat{\rho}_i(0) < \bar{\rho}_i \quad (2.2.3)$$

$$\beta_i := \frac{\bar{\rho}_i + \underline{\rho}_i}{2}, \quad g_i := \frac{\bar{\rho}_i - \underline{\rho}_i}{2} \quad (2.2.4)$$

また,  $\nu(t)$  および  $\Gamma$  はそれぞれ (2.1.6) および (2.1.7) 式で定義される.

棚橋らの方法は, 従来の高階調整則で生成される積分則出力 (中間変数)  $\hat{\psi}_i(t)$  ( $i = 1 \sim p$ ) をシグモイド関数に通して制御器の可調整パラメータが生成される (Fig. 2.2).

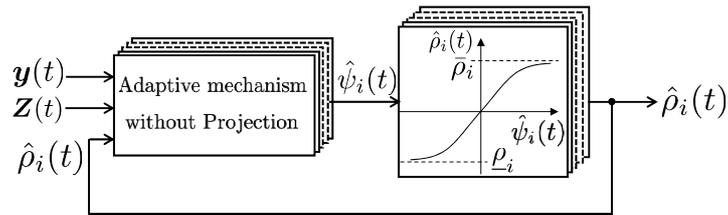


Fig. 2.2: Smooth parameter projection mechanism for  $\hat{\rho}(t) \in C_r$  [33]

【補題 2-2】 (2.2.2) 式の高階調整則によりつぎの性質が保証される [33] .

$$(P2-1) \hat{\rho}(t) \in C_r \text{ for all } t \geq 0$$

$$(P2-2) \dot{\psi}(\cdot), \dot{\rho}(\cdot) \in L_\infty, \dot{\rho}(\cdot) \in L_\infty$$

$$(P2-3) J(\cdot) \in L_1$$

$$(P2-4) \dot{\psi}(\cdot), \dot{\rho}(\cdot), \mathbf{R}^{\frac{T}{2}}(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot) \in L_2$$

$$(P2-5) \hat{\rho}(\cdot), \dot{\rho}(\cdot) \in L_2$$

$$(P2-6) \hat{\rho}^{(j)}(\cdot) \in L_\infty \quad (j = 2 \sim n^*)$$

(注意 2-2) 超直方体内部集合に可調整パラメータを拘束する方法には Akella らの方法 [41, 42] もある．この方法は，誤差方程式がダイナミクスを持つ形式に対して，シグモイド関数と適応 I&I 手法 [21, 22] により適応則が設計される．Akella らの方法は，制御対象の相対次数が  $n^* = 1$  の場合に適応則の実現に制御量の微分値を必要とするが，文献 [33] では制御量の微分値を必要としない特長を有する． ■

## 2.2.2 超球領域内部に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則 [44]

Z. Cai ら [44] は，拘束すべき凸集合を超球の内部集合；

$$C_s := \{\hat{\rho}(t) \mid \|\hat{\rho}(t)\| \leq \rho_0 + \varepsilon\} \text{ for all } t \geq 0 \quad (2.2.5)$$

( $n = 1$  の場合， $C_s$  は Fig. 2.3 で示される円の内部領域) とする滑らかな射影アルゴリズムを提案した．ここに， $\rho_0$  は設計パラメータ， $\varepsilon$  は任意の正の定数である．

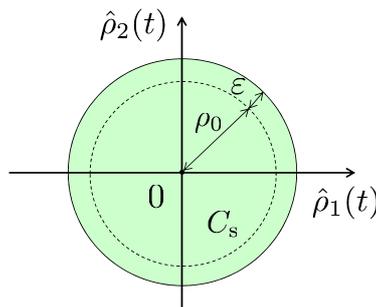


Fig. 2.3: Definition of convex set  $C_s$

この高階調整則は，可調整パラメータを超球の内部集合に拘束しつつ，解の存在性や一意性が保証される Pomet らの切換型パラメータ射影アルゴリズム [36] を改良したもので，オーバーパラメトライゼーションによる適応 BS 制御系 [37, 38] のロバスト適応則として利用できる．

Z. Cai らが提案した高階調整則は次式で与えられる．

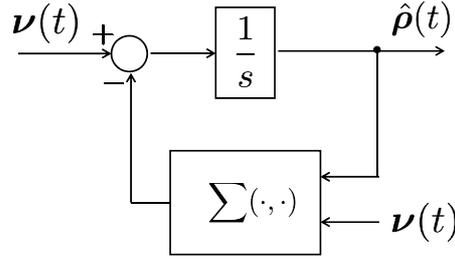


Fig. 2.4: Smooth parameter projection mechanism for  $\hat{\rho}(t) \in C_s$  [44]

高階調整則 [44] (超球領域内部に可調整パラメータを拘束)

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = \Gamma \nu(t) - \frac{\eta_1 \eta_2}{4(\varepsilon^2 + 2\varepsilon\rho_0)^{n+1} \rho_0^2} \nabla s(\hat{\rho}(t)); \|\hat{\rho}(0)\| < \rho_0 \quad (2.2.6)$$

ここに,  $\nu(t)$  および  $\Gamma$  は, それぞれ (2.1.6) 式および (2.1.7) 式で与えられる. また,  $\nabla$  は勾配オペレータ,  $s(\hat{\rho}(t))$ ,  $\eta_1$  および  $\eta_2$  は以下で定義される.

$$s(\hat{\rho}(t)) := \hat{\rho}^T(t) \hat{\rho}(t) - \rho_0^2 \quad (2.2.7)$$

$$\eta_1 := \begin{cases} s^{n+1}(\hat{\rho}(t)) & \text{if } s(\hat{\rho}(t)) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.2.8)$$

$$\eta_2 := \frac{1}{2} \nabla s^T(\hat{\rho}(t)) \Gamma \nu(t) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} \nabla s^T(\hat{\rho}(t)) \Gamma \nu(t) \right)^2 + \delta^2} \quad (2.2.9)$$

ここに,  $\delta$  は任意の正数である. この方法では,  $\|\hat{\rho}(0)\| < \rho_0$  から出発した可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  が, 領域  $\rho_0 < \|\hat{\rho}(t)\| < \rho_0 + \varepsilon$  に入ると, (2.2.6) 式の右辺第 2 項 (Fig. 2.4 の  $\Sigma(\cdot, \cdot)$ ) が動作し,  $C_s$  をはみ出さない.

【補題 2-3】 (2.2.6) 式の高階調整則によりつぎの性質が保証される [44].

(P3-1)  $\hat{\rho}(t) \in C_s$  for all  $t \geq 0$

(P3-2)  $\tilde{\rho}^T(\cdot) \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \geq \tilde{\rho}^T(\cdot) \Gamma \nu(\cdot)$

(P3-3)  $\|\dot{\hat{\rho}}(\cdot)\| \leq \|\Gamma \nu(\cdot)\| \left[ 1 + \left( \frac{\rho_0 + \varepsilon}{\rho_0} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\rho_0 + \varepsilon}{2\rho_0^2} \right) \delta \right]$

(P3-4)  $\hat{\rho}^{(j)}(\cdot) \in L_\infty$  ( $j = 1 \sim n^*$ )

(注意 2-3) (2.2.2) 式および (2.2.6) 式の高階調整則は, 原著論文 [33, 44] の形式をそのまま用いているのではなく, (2.1.1) 式の表現に対して構成した結果を記述している. ■

## 2.3 超平行四辺形領域に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則の提案

この節では，前節で述べた拘束空間とは異なる以下で定義される凸集合  $C_p$  に，可調整パラメータを拘束可能な高階調整則を提案する．

$$C_p := \{\hat{\rho}(t) \mid \underline{\alpha}_i < \alpha_i(\hat{\rho}(t)) < \bar{\alpha}_i; i = 1 \sim k, k \leq p\} \quad (2.3.1)$$

ここに，

$$\alpha_i(\hat{\rho}(t)) := \mathbf{m}_i^T \hat{\rho}(t); \mathbf{m}_i := [m_{i,1}, m_{i,2}, \dots, m_{i,p}]^T \quad (2.3.2)$$

$\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i$  および  $k$  は設計定数であり， $k$  は自然数， $\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i$  は  $\bar{\alpha}_i > \underline{\alpha}_i$  を満たす実数である． $m_{i,j}$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) は， $(\sum_{j=1}^p |m_{i,j}|^2)^{1/2} = 1$  を満足する実数である．また， $\mathbf{m}_i \neq \mathbf{m}_j$  である． $k < p$  のとき， $\alpha_i(\hat{\rho}(t)) := \hat{\rho}_i(t)$  ( $i = k+1 \sim p$ ) である．このとき， $\alpha_i(\hat{\rho}(t))$  ( $i = k+1 \sim p$ ) には拘束がかかっていないことを意味する．ただしここでは，仮定として，定義した  $C_p$  は空集合にならないものとする．

### 【定義】

本論文では，法線の等しい  $p$  組の平行な超平面で囲まれた領域を「超平行四辺形領域」と定義する．

例えば，2次元の場合 ( $n = 1, k = 2$ )，集合  $C_p$  は Fig. 2.5 ような領域となる．

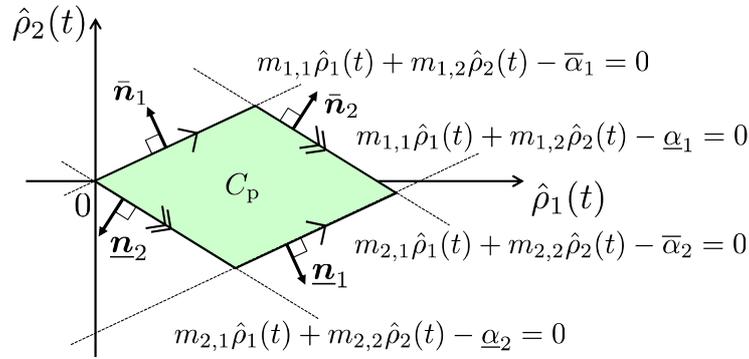
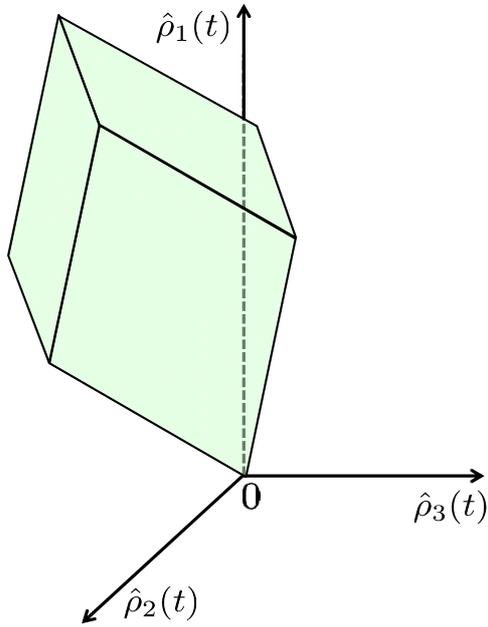
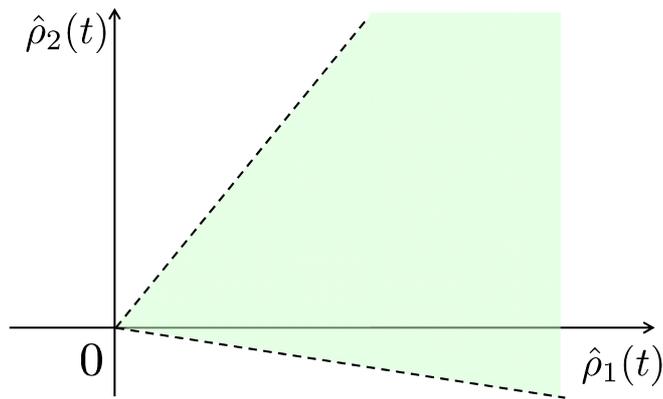


Fig. 2.5: Definition of convex set  $C_p$  ( $p = 2$ )

ここに， $\bar{\mathbf{n}}_i, \mathbf{n}_i$  ( $i = 1, 2$ ) は外向きの法線ベクトルを表す．この場合， $C_p$  は平行四辺形の内部領域で， $k$  は平行な2直線の組の数に等しい．また， $k = 1$  とすると  $C_p$  は2直線で挟まれた帯状領域になる．また，3次元の場合，Fig. 2.6 ような領域となる．4次元以上の一般形では， $C_p$  は超平行四辺形の内部領域を表し， $k$  は平行な超平面の組の数に等しい．また， $\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i$  の設定は， $\underline{\alpha}_i = -\infty, \bar{\alpha}_i = \infty$  であってもよい．この場合，実質的に拘束がないことを意味する．例えば，2次元では Fig. 2.7 ような領域，3次元では Fig. 2.8 のような領域となる．特別なケースとして， $\underline{\alpha}_i = 0, \bar{\alpha}_i = \infty, \alpha_1(\hat{\rho}(t)) = \hat{\rho}_1(t)$  ととれば， $0 < \hat{\rho}_1(t) < \infty$  であり，これは  $\hat{\rho}_1(t)$  を正に拘束して0以下にならないことを意味する．



**Fig. 2.6:** Definition of convex set  $C_p$  ( $p = 3$ )



**Fig. 2.7:** Definition of convex set  $C_p$  ( $p = 2$ )

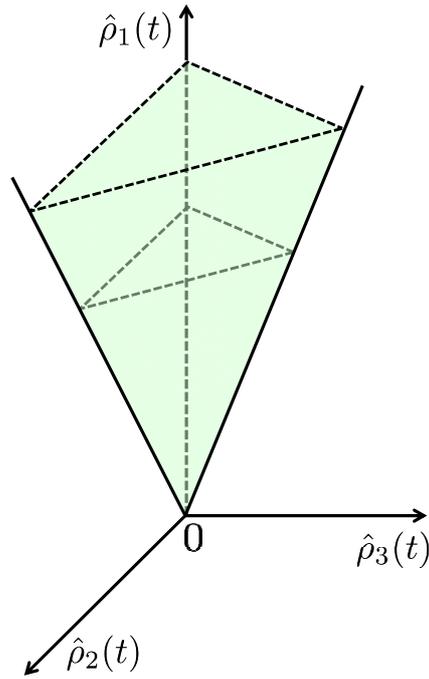


Fig. 2.8: Definition of convex set  $C_p$  ( $p = 3$ )

集合  $C_p$  は、3次元では三角柱や三角錐、あるいは、直方体などさまざまな領域が定義できる。さらに、4次元以上だと「超直方体」や「超球」などのように適切な名称がない。そこでここでは、2次元のときに平行四辺形領域で表されることから、本論文では3次元や4次元以上の領域を考慮して「超平行四辺形領域」と呼ぶことにした。

(注意 2-4) 凸集合  $C_p$  を定義する場合には、重複する領域が生じないようにする。例えば2個パラメータ  $(\hat{\rho}_1(t), \hat{\rho}_2(t))$  の場合、Fig. 2.9 で示されるように内側の領域  $C_p$  が拘束条件となる。すな

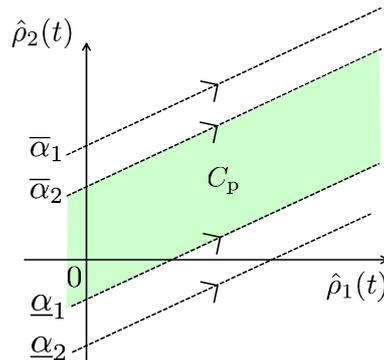


Fig. 2.9: Definition of convex set  $C_p$

わち、同じ傾きを持った共通領域がある場合、その共通領域の条件が拘束領域の条件となる。 ■

(注意 2-5) 集合  $C_p$  は超直方体領域  $C_r$  のクラスを包含する集合である。例えば、 $n = 1, k = 2$  の場合に、 $m_{1,1} = 1, m_{1,2} = 0, m_{2,1} = 0$  および  $m_{2,2} = 1$  のとき、 $C_p$  は Fig. 2.1 で示した領域  $C_r$  に等しくなる。 ■

凸集合  $C_p$  に可調整パラメータを拘束できる高階調整則を以下のように提案する .

高階調整則 (提案法 : 超平行四辺形領域内部に可調整パラメータを拘束)

$$\dot{\hat{\rho}}(t) := \Gamma(t)\nu(t); \hat{\rho}(0) \in C_p \quad (2.3.3)$$

ここに ,  $\nu(t)$  は (2.1.6) 式で定義される . また ,

$$\Gamma(t) := \gamma \cdot \Phi(t)/N_0(t); \gamma > 0 \quad (2.3.4)$$

$$\Phi(t) := T \left[ \begin{array}{c|c} P_k(\hat{\rho}(t)) & O \\ \hline O & I_{p-k} \end{array} \right] T^T \quad (2.3.5)$$

$$N_0(t) := [\mu_0 + \text{trace}\{\Phi^T(t)\Phi(t)\}]^{1/2}; \mu_0 > 0 \quad (2.3.6)$$

正方行列  $T \in \mathbb{R}^{p \times p}$  は  $C_p$  に依存して以下のように定義される .

$$T := \left[ \begin{array}{cccc|ccc} m_{1,1} & m_{1,2} & \cdots & m_{1,k} & m_{1,k+1} & \cdots & m_{1,p} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & \cdots & m_{2,k} & m_{2,k+1} & \cdots & m_{2,p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{k,1} & m_{k,2} & \cdots & m_{k,k} & m_{k,k+1} & \cdots & m_{k,p} \\ \hline & & & O & & & I_{p-k} \end{array} \right]^{-1} \quad (2.3.7)$$

ただし , (2.3.7) 式の左上の行列が正則となるように  $m_{i,k}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) が選ばれているものとする . 例えば ,  $k = 3, p = 5$  のとき ,  $\alpha_i(\hat{\rho}(t))$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) は次式で与えられる .

$$\alpha_1(\hat{\rho}(t)) = [m_{1,1}, m_{1,2}, m_{1,3}, m_{1,4}, m_{1,5}] \hat{\rho}(t) \quad (2.3.8a)$$

$$\alpha_2(\hat{\rho}(t)) = [m_{2,1}, m_{2,2}, m_{2,3}, m_{2,4}, m_{2,5}] \hat{\rho}(t) \quad (2.3.8b)$$

$$\alpha_3(\hat{\rho}(t)) = [m_{3,1}, m_{3,2}, m_{3,3}, m_{3,4}, m_{3,5}] \hat{\rho}(t) \quad (2.3.8c)$$

このとき , (2.3.8a) ~ (2.3.8c) 式の係数で構成される行列を  $T_1$  とすると ,  $T_1$  は次式で表される .

$$T_1 := \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \end{bmatrix} \quad (2.3.9)$$

$$T_{11} := \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & m_{1,3} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & m_{2,3} \\ m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} \end{bmatrix}, T_{12} := \begin{bmatrix} m_{1,4} & m_{1,5} \\ m_{2,4} & m_{2,5} \\ m_{3,4} & m_{3,5} \end{bmatrix} \quad (2.3.10)$$

行列  $T_1$  の横ベクトルは , 1 次独立となるように選ばれているのでその階数は  $k = 3$  となる . ただし ,  $T_{11}$  が常に正則になるとは限らない . そこで , 行列  $T_1$  の階数が 3 であるならば ,  $T_1$  の要素  $T_{11}$  が

正則となるように列ベクトルを並べ替える．これは，行列  $T_{11}$  の列ベクトルが 0 にならないように行列  $T_{11}$  と行列  $T_{12}$  の列ベクトルを並べ替えることを意味する．例えば， $m_{1,2} = m_{2,2} = m_{3,2} = 0$ ， $m_{1,4} = m_{2,4} = m_{3,4} = 0$  のとき，行列  $T_1$  をつぎのように並べ替える．

$$T_1 = \left[ \begin{array}{ccc|cc} m_{1,1} & m_{1,3} & m_{1,5} & m_{1,2} & m_{1,4} \\ m_{2,1} & m_{2,3} & m_{2,5} & m_{2,2} & m_{2,4} \\ m_{3,1} & m_{3,3} & m_{3,5} & m_{3,2} & m_{3,4} \end{array} \right] \quad (2.3.11)$$

すなわち， $T_{11}$  が常に正則となるように行列  $T_1$  を定義しなおすことを意味する．この結果，行列  $T$  は逆行列を持つ．並べ替えた後に，改めて  $m_{1,1} \rightarrow m_{1,1}$ ， $m_{1,3} \rightarrow m_{1,2}$ ， $m_{1,5} \rightarrow m_{1,3}$ ， $m_{1,2} \rightarrow m_{1,4}$ ， $m_{1,4} \rightarrow m_{1,5}$  のように置き換え，それに対応した  $\hat{\alpha}(t)$  と  $\hat{\rho}(t)$  の添え字を変更すれば，(2.3.2) 式として表すことができる．

対角行列  $P_k(\hat{\rho}(t))$  は次式で定義される．

$$P_k(\hat{\rho}(t)) := \text{diag}\{\phi_1(\hat{\rho}(t)), \phi_2(\hat{\rho}(t)), \dots, \phi_k(\hat{\rho}(t))\} \quad (2.3.12)$$

(注意 2-6) 凸集合  $C_p$  を構成する要素  $m_{i,j}$  ( $i = 1 \sim k, j = 1 \sim p$ ) は同じ傾きを持った共通領域がないように選ばれているため，正方行列  $T$  の階数は  $p$  となり正則である． ■

拘束条件  $\hat{\rho}(t) \in C_p$  は，対角行列  $P_k(\hat{\rho}(t))$  の要素によって直接表現されるが，その設定の仕方は唯一ではない．ここでは，以下の二つの異なる  $P_k(\hat{\rho}(t))$  の選び方を提案する．

A. Scheme 1

(2.3.12) 式の  $P_k(\hat{\rho}(t))$  の要素として次式を用いる．

$$\phi_i(\hat{\rho}(t)) := \frac{(\bar{\alpha}_i - \alpha_i(\hat{\rho}(t)))(\alpha_i(\hat{\rho}(t)) - \underline{\alpha}_i)}{\Delta_i}; \Delta_i := \frac{\bar{\alpha}_i - \underline{\alpha}_i}{2}, i = 1 \sim k \quad (2.3.13)$$

(注意 2-7) Scheme 1 を用いた高階調整則は，正方行列  $T$  を単位行列  $I$  とすると，(2.2.2) 式において中間変数  $\hat{\psi}_i(t)$  ( $i = 1 \sim p$ ) を消去したのと同じ高階調整則になる．したがって提案法は，棚橋らの方法 [33] の自然な拡張となっている． ■

B. Scheme 2

(2.3.12) 式の  $P_k(\hat{\rho}(t))$  の要素として次式を用いる．

$$\phi_i(\hat{\rho}(t)) := \frac{(\bar{\alpha}_i - \alpha_i(\hat{\rho}(t)))^2 (\alpha_i(\hat{\rho}(t)) - \underline{\alpha}_i)^2}{\Delta_i^2}; i = 1 \sim k \quad (2.3.14)$$

このとき，以下の補題が成り立つ．

【補題 2-4】 (2.3.3) 式の高階調整則によりつぎの性質が保証される .

$$(P4-1) \quad \hat{\rho}(t) \in C_p \text{ for all } t \geq 0$$

$$(P4-2) \quad \hat{\rho}(\cdot), \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in L_\infty$$

$$(P4-3) \quad J(\cdot)/N_0(\cdot) \in L_1, \mathbf{R}^{\frac{T}{2}}(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot)/N_0(\cdot), \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in L_2$$

$$(P4-4) \quad \hat{\rho}^{(j)}(\cdot) \in L_\infty \quad (j = 2 \sim n^*)$$

(証明) (2.3.2) 式と (2.3.7) 式より

$$\alpha(\hat{\rho}(t)) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\rho}(t) \quad (2.3.15)$$

ここに,  $\alpha(\hat{\rho}(t)) := [\alpha_1(\hat{\rho}(t)), \alpha_2(\hat{\rho}(t)), \dots, \alpha_p(\hat{\rho}(t))]^T$  である. 以下では表記を簡便にするために  $\alpha(\hat{\rho}(t))$  を改めて  $\hat{\alpha}(t)$  と表記する. (2.3.15) 式を用いて, (2.3.3) 式の適応則を  $\hat{\alpha}(t)$  で表すと次式が得られる.

$$\dot{\hat{\alpha}}(t) = \frac{\gamma}{N_0(t)} \left[ \begin{array}{c|c} P_k(\mathbf{T}\hat{\alpha}) & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & I_{p-k} \end{array} \right] [\bar{p}(t) - \bar{\mathbf{R}}(t)\hat{\alpha}(t)]$$

$$; \hat{\alpha}_i(t) > 0 \quad (i = 1 \sim p), \|\hat{\alpha}(0)\| < \infty \quad (2.3.16)$$

ここに,  $N_0(t)$  は, その要素  $\Phi(t)$  の引数  $\hat{\rho}(t)$  を  $\mathbf{T}\hat{\alpha}(t)$  で置き換えたものである. また,  $\bar{p}(t) := \mathbf{T}^T p(t)$ ,  $\bar{\mathbf{R}}(t) := \mathbf{T}^T \mathbf{R}(t) \mathbf{T}$  であり,  $p(t)$  と  $\mathbf{R}(t)$  は (2.1.8) 式と (2.1.9) 式で定義される. 対角行列  $P_k(\mathbf{T}\hat{\alpha})$  は次式で表される.

$$P_k(\mathbf{T}\hat{\alpha}) = \text{diag}\{\phi_1(\mathbf{T}\hat{\alpha}), \phi_2(\mathbf{T}\hat{\alpha}), \dots, \phi_k(\mathbf{T}\hat{\alpha})\} \quad (2.3.17)$$

$P_k(\mathbf{T}\hat{\alpha})$  の要素は次式で表される.

A. Scheme 1

$$\phi_i(\mathbf{T}\hat{\alpha}) = \frac{(\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t))(\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i)}{\Delta_i} \quad (2.3.18)$$

B. Scheme 2

$$\phi_i(\mathbf{T}\hat{\alpha}) = \frac{(\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t))^2 (\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i)^2}{\Delta_i^2} \quad (2.3.19)$$

また, 凸集合  $C_p$  は, (2.3.15) 式の座標変換によって各軸に平行な辺を持つつぎの超直方体領域の内部に写像される.

$$C_{p\alpha} := \{\hat{\alpha}(t) \mid \underline{\alpha}_i < \hat{\alpha}_i(t) < \bar{\alpha}_i; i = 1 \sim k, k \leq p\} \quad (2.3.20)$$

例えば,  $n = 1, k = 2$  のとき Fig. 2.10 の長方形領域となる. ここで,  $\bar{\mathbf{n}}_{\alpha i}$ ,  $\underline{\mathbf{n}}_{\alpha i}$  ( $i = 1, 2$ ) は長方形領域境界の法線ベクトルを表す.

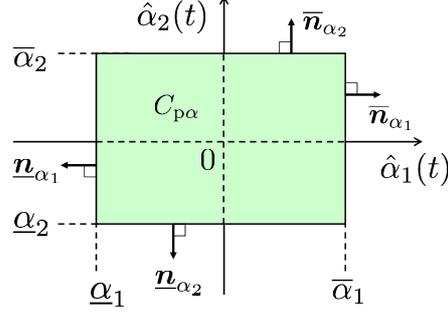


Fig. 2.10: Definition of convex set  $C_{p\alpha}$

そこで以下では，(P4-1) から (P4-4) を直接示す代わりに  $\hat{\alpha}(t)$  空間上で等価な性質を証明する．

(P4-1) の証明 (2.3.16) 式の適応則によって調整される  $\hat{\alpha}(t)$  が  $C_{p\alpha}$  をはみ出さないことを示すことができる (付録 A 参照) ので，(P4-1) がいえる．

(P4-2) の証明 Scheme 1 および Scheme 2 における適応ループの安定性を示すため， $k < p$  に対してそれぞれ以下の正定関数  $V(\hat{\alpha})$  を定義する．

なお，ここでは (2.1.1) 式の制御対象において， $\mathbf{y}(t) \rightarrow y_N(t) := y(t)/N(t)$ ， $\mathbf{Z}(t) \rightarrow \zeta_N(t) := \zeta(t)/N(t)$ ， $N(t) := \{\mu + \zeta^T(t)\zeta(t)\}^{1/2}$ ； $\mu > 0$  とし， $y_N(t) = (\mathbf{T}\boldsymbol{\alpha})^T \zeta_N(t) + \epsilon_N(t)$  とする場合について説明する．ここに， $\zeta(t) \in \mathbb{R}^p$  は要素が系の入出力の過去のデータに依存するリグレッサベクトルであり， $\epsilon_N(t)$  は制御対象の内部状態の初期に依存して指数減衰する信号である．

A. Scheme 1

$$\begin{aligned}
V(\hat{\alpha}) := & \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i - \underline{\alpha}_i}{2\gamma} \left[ \frac{\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i}{\alpha_i - \underline{\alpha}_i} - \ln \frac{\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i}{\alpha_i - \underline{\alpha}_i} - 1 \right] \\
& + \sum_{i=1}^k \frac{\bar{\alpha}_i - \alpha_i}{2\gamma} \left[ \frac{\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t)}{\bar{\alpha}_i - \alpha_i} - \ln \frac{\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t)}{\bar{\alpha}_i - \alpha_i} - 1 \right] \\
& + \sum_{i=k+1}^p \frac{(\alpha_i - \hat{\alpha}_i(t))^2}{2\gamma} + \frac{1}{2N_0(t)} \int_t^\infty \int_0^\tau h(\tau - \sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma d\tau \quad (2.3.21)
\end{aligned}$$

ここに， $\boldsymbol{\alpha} := [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p]^T$  は  $\hat{\alpha}(t)$  の真値を表す．

B. Scheme 2

$$\begin{aligned}
V(\hat{\alpha}) := & \sum_{i=1}^k \frac{1}{2\gamma} \left[ \frac{(\hat{\alpha}_i(t) - v_i)(\hat{\alpha}_i(t) - \alpha_i)}{(\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t))(\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i)} \right. \\
& \left. - \frac{\alpha_i - v_i}{2\Delta_i} \left\{ \ln \frac{\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i}{\alpha_i - \underline{\alpha}_i} - \ln \frac{\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t)}{\bar{\alpha}_i - \alpha_i} \right\} \right] \\
& + \sum_{i=k+1}^p \frac{(\alpha_i - \hat{\alpha}_i(t))^2}{2\gamma} + \frac{1}{2N_0(t)} \int_t^\infty \int_0^\tau h(\tau - \sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma d\tau \quad (2.3.22)
\end{aligned}$$

$k = p$  のとき，(2.3.21) および (2.3.22) 式のそれぞれ第 3 項および第 2 項は除かれる．

(2.3.16) 式の解軌道に沿って  $\dot{V}(\hat{\alpha})$  を評価すると

$$\dot{V}(\hat{\alpha}) \leq -J(t)/2N_0(t) \quad (2.3.23)$$

を得る (付録 B 参照) .  $\dot{V}(\hat{\alpha}) \leq 0$  と  $V(\hat{\alpha}) \geq 0$  および  $\hat{\alpha}(t)$  が有限なので,  $\hat{\alpha}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる . また,  $V(\hat{\alpha})$  は一定値に収束する . この結果と (2.3.16) 式より  $\dot{\hat{\alpha}}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる . よって (2.3.15) 式から (P4-2) がいえる .

(P4-3) の証明 (2.3.23) 式の両辺を積分するとつぎの関係が成り立つ .

$$\int_0^\infty \frac{J(t)}{2N_0(t)} dt = V(\hat{\alpha}(0)) - \lim_{t \rightarrow \infty} V(\hat{\alpha}(t)) \quad (2.3.24)$$

これより  $J(\cdot)/N_0(\cdot) \in L_1$  . この結果と (2.1.8) 式, (2.1.9) 式および (2.1.3) 式より  $R^{1/2}(\cdot)T(\alpha - \hat{\alpha}(\cdot))/N_0^{1/2}(\cdot) \in L_2$  がいえる . よって (2.3.16) 式から  $\dot{\hat{\alpha}}(\cdot) \in L_2$  がいえる . ゆえに (2.3.15) 式から (P4-3) がいえる .

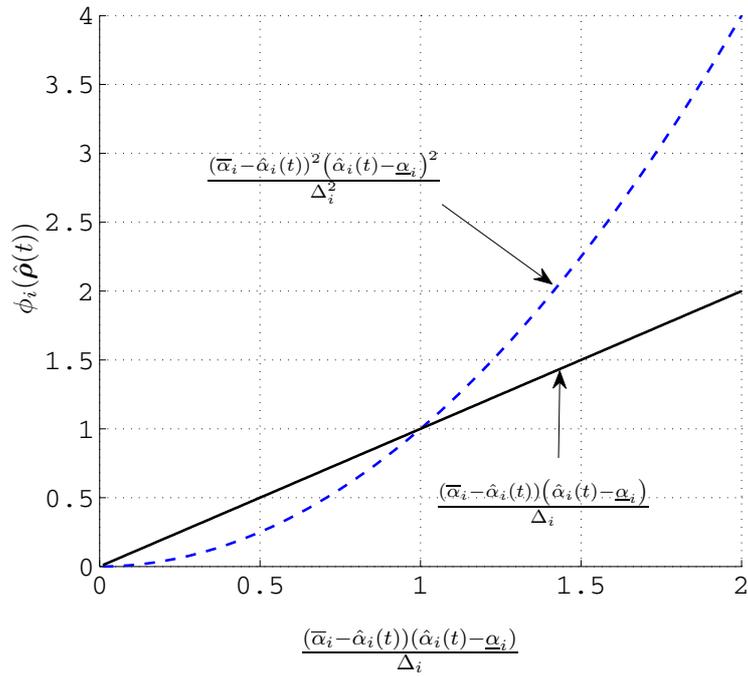
(P4-4) の証明 (P4-1) の結果と (2.3.3), (2.3.15) および (2.3.16) 式から, 数学的帰納法により示すことができる . 細部の証明は, 文献 [28, 33] 参照 . Q. E. D.

(注意 2-8) (2.3.6) 式の  $N_0(t)$  は, (2.3.4) 式のゲイン行列  $\Gamma(t)$  が定数  $\gamma$  で可調整パラメータの調整速度を設定できるようにした正規化信号である . また, ここでは, 定数ゲインの設計パラメータとして  $\gamma$  一つで設定するようにしたが,  $\gamma = 1$  と置き  $\phi_i(t)(\hat{\rho}(t))$  ( $i = 1 \sim k$ ) に係数  $\gamma_i$  をかけると, 個々のパラメータについて調整スピードを変えられるようになる . このとき, (2.3.21) 式や (2.3.22) 式の  $V(\hat{\alpha})$  は,  $\gamma$  を  $\gamma_i$  に置き換えた形式となる . ■

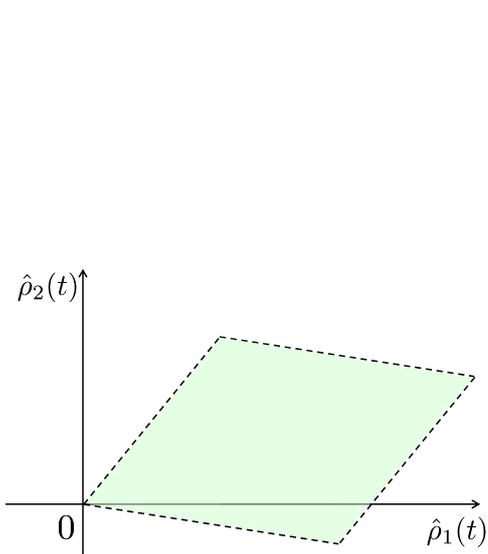
(注意 2-9) Scheme 2 は, Scheme 1 における  $\phi_i(\hat{\rho}(t))$  ( $i = 1 \sim k$ ) を 2 乗した形式となっている .  $\phi_i(\hat{\rho}(t))$  を 3 乗, 4 乗にした場合も考えられるが, 対応するリアプノフ関数を示すことが必要となる .  $P_k(\hat{\rho}(t))$  の固有値は, 可調整パラメータが凸集合の境界に近づくことで 0 に漸近する . このため, 境界近傍では, Scheme 2 は Scheme 1 よりも  $\phi_i(\hat{\rho}(t))$  の値が小さな値をとる (Fig. 2.11) . したがって,  $\hat{\rho}(t)$  が境界に近づく場合, Scheme 1 よりも Scheme 2 の方が  $P_k(\hat{\rho}(t))$  の固有値が速く 0 に漸近することから, この意味で Scheme 2 の方が強い拘束がかかると考えられる . ■

本章では, 超平行四辺形領域に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則を提案した . 提案法を用いることで, 従来の滑らかな射影アルゴリズム [33, 44] では拘束できない空間に可調整パラメータを拘束することが可能となる . 例えば, 平行四辺形領域 (Fig. 2.12) や上が開いた三角錐 (Fig. 2.13) などの超平行四辺形領域の内部集合である . また, 超直方体領域と超平行四辺形領域は, 座標変換により 1 対 1 の関係で表される . このため, 超直方体で成り立つことは, すべて超平行四辺形領域に可調整パラメータを拘束できる本構成法でも成り立つ .

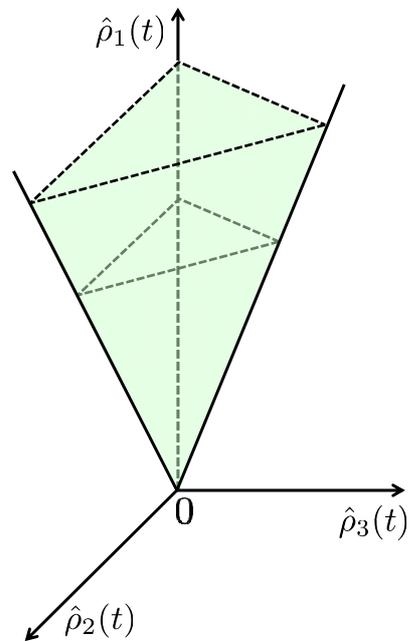
次章以降では, このような空間 (Fig. 2.12 や Fig. 2.13) に可調整パラメータを拘束することで適応制御系の過渡応答が改善できることを示す .



**Fig. 2.11:** Relationship between Scheme 1 and Scheme 2



**Fig. 2.12:** Parallelogram region



**Fig. 2.13:** Region of triangular pyramid



## 第3章 計算トルク法に基づく剛体リンクロボットアームの適応軌道制御の過渡応答改善への応用

ロボットアームの適応軌道制御法は、これまでにさまざまな方法が提案されている [48, 49]。中でも、受動性を活用した Slotine と Li の方法 [5, 6] が有名である。この構成法では、ロボットのダイナミクスの特長を用いて機械系特有の適応制御法を提案している。この方法は優れた方法であるが、DyCE 原理に基づく構成法の考え方（軌道誤差の過渡応答が可調整パラメータの調整速度に起因して劣化しない）をもとに、過渡応答の改善を図ることは難しい。そこで本論文では、このような考え方が適用できる Middleton と Goodwin [16] の構成法に着目した。

Middleton と Goodwin は、計算トルク法をベースとした適応制御系の制御誤差が可調整パラメータの微分値の影響を受けないという意味での過渡応答改善を考慮して、制御器の可調整パラメータだけでなくその微分も活用した適応制御則によるロボットアームの適応軌道制御法を提案している。この方法では、安定な適応制御系を実現するために推定慣性行列の正定性確保が必要であり、適応則に切換型のパラメータ射影アルゴリズムを併用することが提案されている。しかし従来の射影アルゴリズムは、射影の開始・開放時刻で可調整パラメータの微分値が存在しないため、このような時刻では制御入力に厳密に合成できず、制御系の安定性がいえない。また、実現の問題を回避するために左微分を使うと射影動作に伴い制御系の応答が劣化する。

そこで本章では、可調整パラメータを拘束する凸集合を工夫すると、推定慣性行列の正定性を確保でき、かつ、可調整パラメータの微分値の存在を保証するパラメータ射影アルゴリズムが適用可能であることに着目し、2章で提案した高階調整則を適用する。また、提案法の有効性を適応制御系の安定解析と簡単な数値実験結果によって示す。

### 3.1 Middleton らの提案した適応軌道制御法 [16]

この節では、まずロボットアームの適応制御の中でも Middleton らの構成法 [16] がどのような意味で過渡応答が改善できる方法であるかを示す。次いで、この方法による適応軌道制御系の具体的な構成法を示し、これが過渡応答を改善できる構成法であることを示す。

### 3.1.1 剛体リンクロボットアームの従来の適応制御法の分類と問題点

剛体リンクロボットアームの軌道を適応的に制御する方法は古くから研究が行われており、モデルベース制御という観点からつぎのように分類可能と思われる。

- ・ ロボット固有の受動性を活用した方法（例えば、文献 [5, 6, 7, 8, 9, 10]）
- ・ 計算トルク法 [11, 12, 13, 14] をベースとした構成法（例えば、文献 [15, 16, 17, 18]）
- ・ スライディングモードを用いた構成法（例えば、文献 [6, 20]）
- ・ 適応 I&I [21, 22] を用いた構成法 [23]

これらはいずれも定常的に追従性能を達成できる。

その一方で、単純にプラントパラメータを可調整パラメータに置き換えた適応制御系の過渡特性は、一般に、

- (i) 可調整パラメータの変化率に依存して過渡応答が劣化する
- (ii) 可調整パラメータが最適なパラメータに調整されるまでの間、過渡応答が劣化する

という特徴を有する。

特に (i) の問題は、適応制御系の制御誤差（追従誤差）が可調整パラメータの変化率に依存することに起因して発生するため、制御入力合成の仕方を工夫することによりその影響を相殺することができる。

Middleton らの方法 [16] は、制御誤差が可調整パラメータの微分値に依存しない制御入力トルクの合成法となっている。この制御系の構成法は、DyCE 原理に基づく構成法 [25, 26, 27, 28, 29, 30] と同様な制御系となっていることから、(i) の問題を解決する意味で適応制御系の過渡応答の改善を考慮した有用な方法である。

そこで、つぎに水平 2 自由度剛体リンクロボットアームを例に Middleton らの構成法 [16] の特徴を述べる。

### 3.1.2 制御対象の数学モデル

制御対象は水平 2 自由度の剛体リンクロボットアームとする。絶対座標系 ( $x - y$  軸) に対して、関節角  $\theta_1, \theta_2$  を Fig. 3.1 のようにとる。記号の説明を Table 3.1 に示す。

ここで、制御対象に以下の仮定を設ける。

Table 3.1: Symbols of parameters

$l_i$	リンク $i$ の長さ [m]
$m_i$	リンク $i$ の質量 [kg]
$r_i$	第 $i$ 関節からリンク $i$ の重心までの長さ [m]
$I_i$	第 $i$ リンクの関節角まわりの慣性モーメント [kgm <sup>2</sup> ]
$B_i$	粘性摩擦係数 [Nms/rad]

【仮定】

- A1) リンク角度, リンク角速度は利用可能
- A2) リンクの運動は水平方向だけで, 重力の影響は受けない

上述の仮定 A1) は, 例えばロータリーエンコーダなどのセンサ情報によって,  $\theta, \dot{\theta}$  が利用できる環境にあることを意味する. A2) は, 水平方向に動作するロボットアームであるため重力の影響は受けないと仮定した. ここでは, 2章の高階調整則を活用する最も簡単な例として水平2リンクロボットアームを考えた. しかしながら, ロボット一般の見通しとして, 重力項を補償する構成は可能と考える.

このとき, ロボットアームの逆動力学モデルはつぎのように表される.

$$\tau = M(\theta, \rho)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}, \rho)\dot{\theta} + B(\rho)\dot{\theta} \quad (3.1.1)$$

ここに,  $\theta = [\theta_1, \theta_2]^T$  [rad] とする (3.1.1) 式の左辺の  $\tau = [\tau_1, \tau_2]^T$  [Nm] は関節トルクベクトルであり (3.1.1) 式の右辺の  $M(\theta, \rho)\ddot{\theta}$ ,  $C(\theta, \dot{\theta}, \rho)\dot{\theta}$  および  $B(\rho)\dot{\theta}$  は, それぞれ慣性力に起因するトルク, 遠心力・コリオリ力に起因するトルクおよび粘性摩擦に起因するトルクを表す. また,  $\rho$  は制御対象の特性を表す物理パラメータであり,  $M(\theta, \rho)$ ,  $C(\theta, \dot{\theta}, \rho)$ ,  $B(\rho)$  および  $\rho$  は, そ

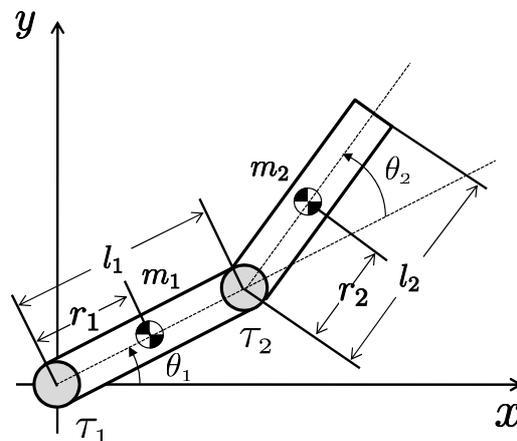


Fig. 3.1: Definition of link angles  $\theta_1, \theta_2$

それぞれ次式で表される .

$$M(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\rho}) := \begin{bmatrix} \rho_1 + 2\rho_3 \cos \theta_2 & \rho_2 + \rho_3 \cos \theta_2 \\ \rho_2 + \rho_3 \cos \theta_2 & \rho_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.2)$$

$$C(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\rho}) := \begin{bmatrix} -2\rho_3 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 & -\rho_3 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ \rho_3 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.3)$$

$$B(\boldsymbol{\rho}) := \begin{bmatrix} \rho_4 & 0 \\ 0 & \rho_5 \end{bmatrix} \quad (3.1.4)$$

$$\boldsymbol{\rho} := [\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5]^T \quad (3.1.5)$$

ここに定数  $\rho_i (i = 1 \sim 5)$  は , つぎのように定義される .

$$\rho_1 := I_1 + I_2 + m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2) \quad (3.1.6a)$$

$$\rho_2 := I_2 + m_2 r_2^2 \quad (3.1.6b)$$

$$\rho_3 := m_2 r_2 l_1 \quad (3.1.6c)$$

$$\rho_4 := B_1 \quad (3.1.6d)$$

$$\rho_5 := B_2 \quad (3.1.6e)$$

このとき (3.1.1) 式の右辺は

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A}\boldsymbol{\rho} \quad (3.1.7)$$

と表すことができる . ここに ,  $\mathbf{A}$  は次式で表される .

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_2 & \phi_1 & \dot{\theta}_1 & 0 \\ 0 & \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 & \phi_2 & 0 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.8a)$$

$$\phi_1 := (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos \theta_2 - (\dot{\theta}_2 + 2\dot{\theta}_1) \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \quad (3.1.8b)$$

$$\phi_2 := \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 + \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \quad (3.1.8c)$$

(注意 3-1) ここでは文献 [3] で述べられている方法をもとに , (3.1.5) 式を用いて  $\boldsymbol{\tau}$  の未知パラメータに関する線形表現を行ったが , パラメトライズの方法には自由度がある . ■

< 制御目的 >

本章で考える制御目的は , 負荷変動によりロボットアームの特性が大きく変動したとしても , 関節角  $\boldsymbol{\theta}$  と関節角速度  $\dot{\boldsymbol{\theta}}$  を目標軌道  $\boldsymbol{\theta}_d$  と目標速度  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_d$  に追従させることである .

なお ,  $\boldsymbol{\theta}_d$  は  $\boldsymbol{\theta}$  の目標値で 2 階微分可能な信号とする .

### 3.1.3 Middleton らの構成法 [16]

文献 [16] では入力トルク  $\tau$  がつぎのように適応的に合成される .

入力合成則

$$\tau := M(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\theta}_d - K_D \dot{\theta} - K_P \tilde{\theta} \right) + C(\theta, \dot{\theta}, \hat{\rho}) \dot{\theta} + B(\hat{\rho}) \dot{\theta} + \tau_a \quad (3.1.9)$$

$$\tau_a := A_f \dot{\hat{\rho}} - \dot{M}(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\theta}_f + K_D \dot{\theta}_f + K_P \tilde{\theta}_f \right) \quad (3.1.10)$$

ここに ,  $M(\theta, \hat{\rho})$  ,  $C(\theta, \dot{\theta}, \hat{\rho})$  および  $B(\hat{\rho})$  は , それぞれ  $M(\theta, \rho)$  ,  $C(\theta, \dot{\theta}, \rho)$  および  $B(\rho)$  に含まれる  $\rho$  を可調整パラメータ  $\hat{\rho}$  で置換したもので , 以下のように定義される .

$$M(\theta, \hat{\rho}) := \begin{bmatrix} \hat{\rho}_1 + 2\hat{\rho}_3 \cos \theta_2 & \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_3 \cos \theta_2 \\ \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_3 \cos \theta_2 & \hat{\rho}_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.11)$$

$$C(\theta, \dot{\theta}, \hat{\rho}) := \begin{bmatrix} -2\hat{\rho}_3 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 & -\hat{\rho}_3 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ \hat{\rho}_3 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.12)$$

$$B(\hat{\rho}) := \begin{bmatrix} \hat{\rho}_4 & 0 \\ 0 & \hat{\rho}_5 \end{bmatrix} \quad (3.1.13)$$

$$\hat{\rho} := [ \hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3, \hat{\rho}_4, \hat{\rho}_5 ]^T \quad (3.1.14)$$

また ,  $\tilde{\theta} := \theta - \theta_d$  とする .  $K_D := \text{diag}\{k_{d1}, k_{d2}\} > 0$  ,  $K_P := \text{diag}\{k_{p1}, k_{p2}\} > 0$  は設計ゲインである . ここに ,  $\theta_f$  は  $\theta$  を 1 次のローパスフィルタ (伝達関数  $1/(s+f)$ ;  $f > 0$ ) に通した出力信号を表す .

(3.1.9) 式の  $\tau$  を (3.1.1) 式の逆力学モデルに代入すると , つぎの誤差方程式が得られる (付録 C 参照) .

$$M(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\tilde{\theta}}_f + K_D \dot{\tilde{\theta}}_f + K_P \tilde{\theta}_f \right) = -A_f \tilde{\rho} ; \tilde{\rho} := \rho - \hat{\rho} \quad (3.1.15)$$

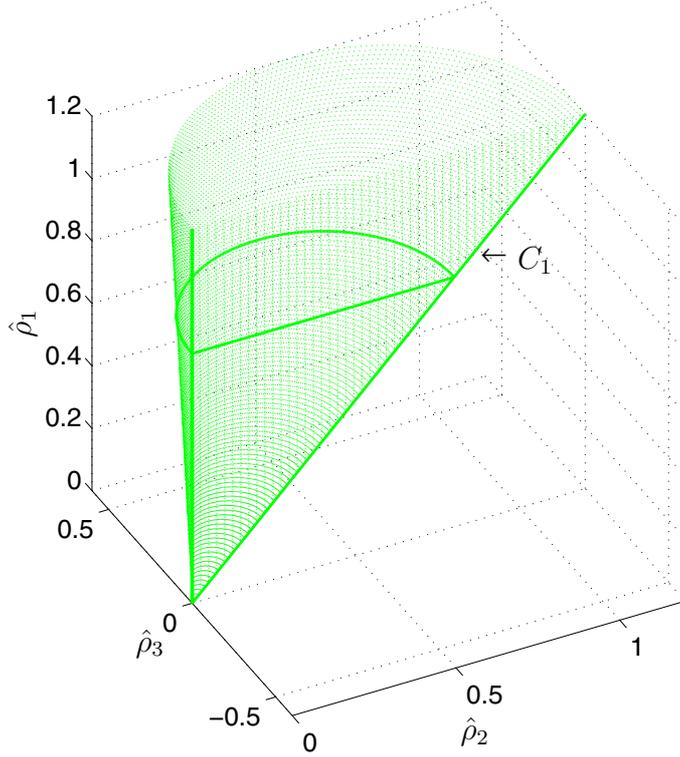
ここに ,  $A_f$  は  $A$  を 1 次のローパスフィルタ (伝達関数  $1/(s+f)$ ;  $f > 0$ ) に通した出力信号を表す .

(注意 3-2) (3.1.9) 式で  $\tau_a$  を除く部分は , 計算トルク法による入力において , 未知パラメータを推定値に置き換えた形式 (CE 入力) となっている . 補助入力  $\tau_a$  を加えることにより (3.1.15) 式の右辺から可調整パラメータの微分値に依存する項が相殺される . したがって ,  $\tau$  は  $\tau_a$  の存在とあわせて , いわゆる DyCE 原理に基づく入力と考えることができる . ■

(注意 3-3) (3.1.15) 式の誤差方程式右辺の  $A_f \tilde{\rho}$  は未知パラメータ  $\rho$  を含むが , この信号は利用可能な信号  $\tau_f - A_f \hat{\rho}$  と同じなので , 勾配法アルゴリズムを利用して小さくできる . ■

ここで凸集合  $C_1$  を次式で定義する .

$$C_1 := \{ \hat{\rho}(t) \mid M(\theta, \hat{\rho}) > 0, \hat{\rho}_i > 0 (i = 1 \sim 3) \} \quad (3.1.16)$$



**Fig. 3.2:** Convex set  $C_1$  in which the estimated inertia matrix and estimates  $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3$  are all positive definite

$\rho_1, \rho_2, \rho_3$  は、定義 (3.1.6) 式より明らかなように正数であり、また、慣性行列  $M(\theta, \rho)$  は任意の  $\theta_2$  に対して正定な行列である。  $C_1$  はそのような性質が、 $\hat{\rho}$  を用いた場合でも成り立つ集合を意味する。さらに、 $C_1$  を  $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3$  空間上に図示すると Fig. 3.2 のような半円錐の内部を表す集合で明らかに凸集合である。

(3.1.15) 式より、 $\tilde{\theta}$  は  $-M^{-1}(\theta, \hat{\rho})A_f \tilde{\rho}$  を厳密にプロパーで漸近安定な伝達関数行列；

$$\begin{bmatrix} \frac{s+f}{s^2+k_{d1}s+k_{p1}} & 0 \\ 0 & \frac{s+f}{s^2+k_{d2}s+k_{p2}} \end{bmatrix} \quad (3.1.17)$$

に通した出力と考えることができる。

したがって、 $M(\theta, \hat{\rho}) > 0$  かつ  $A_f \tilde{\rho} \in L_2$  ならば、 $\tilde{\theta} \in L_\infty \cap L_2$  かつ  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(t) = 0$  がいえる (Fig. 3.3)。さらに、 $\lim_{t \rightarrow \infty} A_f \tilde{\rho} = 0$  ならば  $\dot{\tilde{\theta}}$  もまた零収束する。

文献 [16] では、 $M(\theta, \hat{\rho}) > 0$  を達成するため、切換型のパラメータ射影則を併用した次式で表される最小 2 乗法型の適応則が提案されている。

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = \begin{cases} \left( I - \frac{\mathbf{n}(\hat{\rho})\mathbf{n}^T(\hat{\rho})}{\mathbf{n}^T(\hat{\rho})\mathbf{n}(\hat{\rho})} \right) \boldsymbol{\kappa}(t) & \hat{\rho}(t) \in \partial C_1 \text{ and } \boldsymbol{\kappa}^T(t)\mathbf{n}(\hat{\rho}) > 0 \\ \boldsymbol{\kappa}(t) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.1.18)$$

ここに、 $n(\hat{\rho})$  は  $C_1$  の境界 ( $\partial C_1$ ) における法線ベクトル (Fig. 3.4),  $\kappa(t)$  は最小 2 乗型 of 適応則を意味する. (3.1.18) 式の切換型の射影型適応則は, 適応則の積分器入力を切換えるパラメータ射影アルゴリズム [35] を適応則に併用することで  $M(\theta, \hat{\rho}) > 0$  を達成する (Fig. 3.5).

### 3.2 Middleton らの構成法 [16] の問題点

Middleton らの構成法の問題は,  $M(\theta, \hat{\rho})$  の正定性を常に確保できるが, 可調整パラメータの微分値  $\dot{\hat{\rho}}(t)$  の存在を常に保証できないことである.

Middleton らの構成法は, 制御入力に可調整パラメータの微分値を使用しており, 可調整パラメータが凸領域を出ようとした瞬間に適応動作を切り換える必要があるため (Fig. 3.4), 従来のパラメータ射影アルゴリズム [34, 35, 36, 37, 38, 39, 40] を Middleton らの構成法に適用する場合には, つぎの 3 つの問題が生じる.

- (i) 射影動作の開始・開放時刻では,  $\dot{\hat{\rho}}$  が定義できない時刻が存在する. このため, これらの時刻では (3.1.9) 式の制御入力が合成できない.
- (ii) 従来のパラメータ射影アルゴリズムは, 切換型の微分方程式を解く必要がある. このため, 数値実現した場合に数値誤差が発生しやすい. 特に適応速度が大きい場合にはその誤差が増大し, しばしば指定した凸集合に  $\hat{\rho}$  を拘束できない場合がある. このような場合には, 実制御系の安定性を理論的に担保できない.
- (iii)  $\dot{\hat{\rho}}$  を左微分で代用したとしても, 射影動作の開始・開放時刻では, 左微分が不連続に変化するので入力トルクが不連続に変化し, これが過大な場合には, アクチュエータの飽和が起きうる, あるいは, それが制御系の過渡応答に悪影響を与える.

Figure 3.6 は切換型の射影型適応則を用いて, 数値計算時は左微分を活用した数値例を表している. 上から  $M(\theta, \hat{\rho})$  の行列式の値, 入力トルク  $\tau_1$  および  $\tau_2$  である. 射影動作の開始時刻 (この例の場合は約 0.17 秒) では,  $\dot{\hat{\rho}}(t)$  が厳密に存在しないため, 入力トルクが不連続に変化していることがわかる. 次節ではこの問題を解決するため, 可調整パラメータとそれを用いた慣性行列の推定値の正定性が常に確保される新たなパラメータ射影アルゴリズムを提案する.

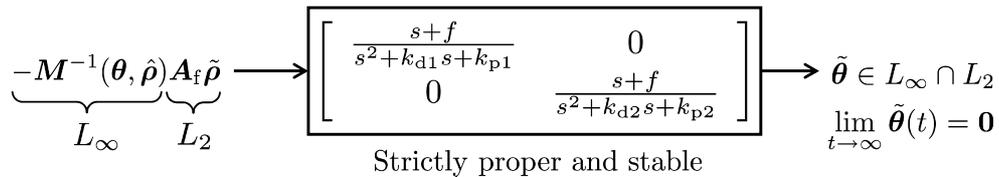


Fig. 3.3: Block diagram of error system of (3.1.15)

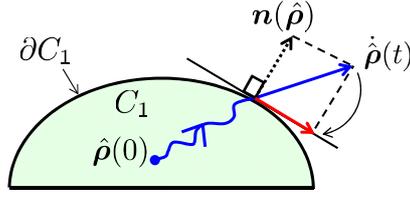


Fig. 3.4: Switching type parameter projection method

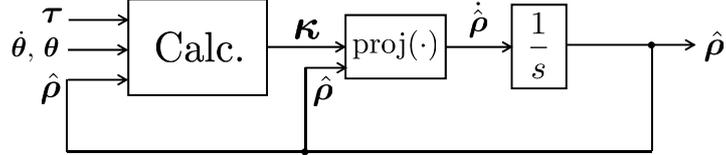


Fig. 3.5: Parameter projection mechanism for  $\hat{\rho} \in C_1$  based on switching

### 3.3 推定慣性行列の正定性と解軌道の滑らかさを保証する射影型適応則の提案

ここでは、前節で述べた Middleton らの構成法の問題点を解決する射影型適応則を提案する。この際、制御対象に対してつぎの仮定を設ける。

#### 【仮定】

A3) 物理パラメータ ( $l_i, m_i, r_i, I_i$  ( $i = 1, 2$ )) はつぎの不等式を満たす。

$$\rho_1 - \rho_2 - \rho_3 = I_1 + m_1 r_1^2 + m_2 l_1 (l_1 - r_2) > 0 \quad (3.3.1)$$

$$\rho_2 - \rho_3 = I_2 + m_2 r_2 (r_2 - l_1) > 0 \quad (3.3.2)$$

上述の仮定 A3) は、リンク  $l_1$  と  $l_2$  の長さがほぼ等しく、負荷に依存した先端の重量があまり大きくないことを意味する。たとえば、SICE-DD アームではこの仮定が成り立つことが知られている [3]。

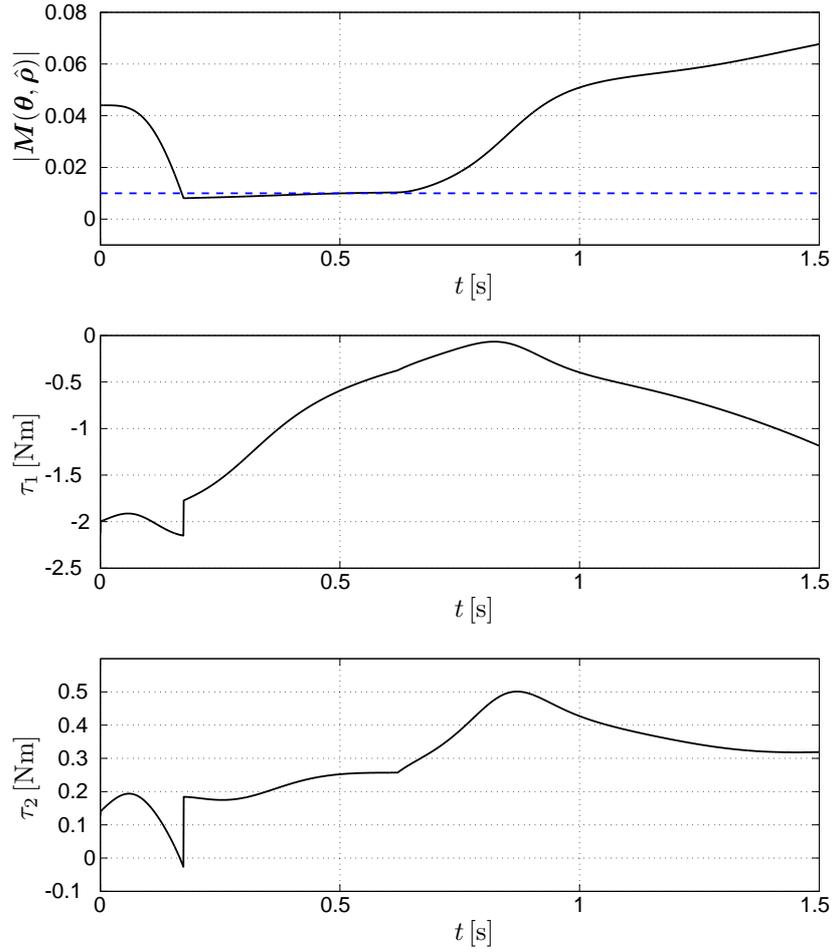
このとき、つぎの高階調整則を提案する。高階調整則は、(2.3.3) 式と同様の以下の形式を用いる。

適応則

$$\dot{\hat{\rho}}(t) := \Gamma(t) \left[ p(t) - R(t)\hat{\rho} \right]; \hat{\rho}(0) \in C_{20} \quad (3.3.3)$$

ただし、(2.3.3) 式において、

$$N(t) := \{ \mu + \text{trace}(\mathbf{A}_f \mathbf{A}_f^T) \}^{1/2}; \mu > 0 \quad (3.3.4)$$



**Fig. 3.6:** Simulation results based on Middleton *et al.*'s method (Switching type parameter projection algorithm is adopted in an adaptation law)

として,

$$\mathbf{y}(t) := \boldsymbol{\tau}_f / N(t) \quad (3.3.5)$$

$$\mathbf{Z}(t) := \mathbf{A}_f / N(t) \quad (3.3.6)$$

として構成する. また,  $\Phi(\hat{\boldsymbol{\rho}}) := \mathbf{T} \mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\rho}}) \mathbf{T}^T$  の要素  $P(\hat{\boldsymbol{\rho}})$  は

$$\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\rho}}) := \text{diag} \{ \phi_1(\hat{\boldsymbol{\rho}}), \phi_2(\hat{\boldsymbol{\rho}}), \dots, \phi_5(\hat{\boldsymbol{\rho}}) \} \quad (3.3.7)$$

とし,  $\phi_i(\hat{\boldsymbol{\rho}}) (i = 1 \sim 5)$  の要素  $\alpha_i(\hat{\boldsymbol{\rho}}) (i = 1 \sim 5)$  を次式で与える.

$$\alpha_1(\hat{\boldsymbol{\rho}}) := \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{\rho}_1(t) - \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{\rho}_2(t) - \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{\rho}_3(t) \quad (3.3.8)$$

$$\alpha_2(\hat{\boldsymbol{\rho}}) := \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\rho}_1(t) - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\rho}_2(t) \quad (3.3.9)$$

$$\alpha_3(\hat{\boldsymbol{\rho}}) := \hat{\rho}_3(t) \quad (3.3.10)$$

$$\alpha_4(\hat{\boldsymbol{\rho}}) := \hat{\rho}_4(t) \quad (3.3.11)$$

$$\alpha_5(\hat{\boldsymbol{\rho}}) := \hat{\rho}_5(t) \quad (3.3.12)$$

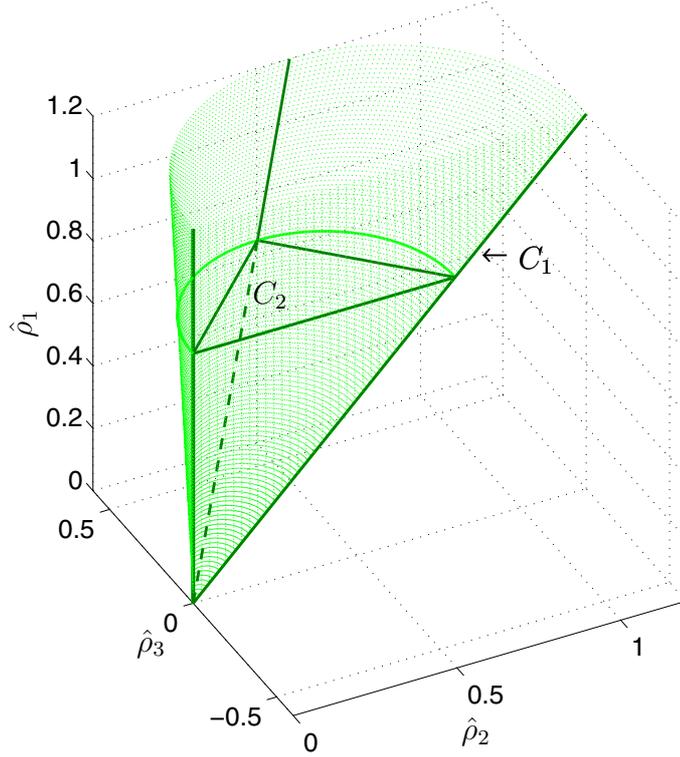


Fig. 3.7: A geometrical interpretation of convex set  $C_1$  and convex set  $C_2$

このとき，変換行列  $T$  は次式で与えられる．

$$T := \begin{bmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.13)$$

ただし， $C_{20}$  は  $C_{10} := \{\hat{\rho}(t) \mid M(\theta, \hat{\rho}) > 0, \hat{\rho}_i > 0 (i = 1 \sim 5)\}$  の部分集合であり，以下で定義される．

$$C_{20} := \{\hat{\rho}(t) \mid \hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0, \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0, \hat{\rho}_i > 0 (i = 1 \sim 5)\} \quad (3.3.14)$$

(注意 3-4) (3.3.3) 式の右辺は Kreisselmeier 型 [50] の適応則と同形になっているが，ここで考える適応則としては勾配法型の他の積分則でもよい． ■

(注意 3-5)  $\hat{\rho} \in \mathbb{R}^5$  であるが，推定慣性行列  $M(\theta, \hat{\rho})$  は， $\hat{\rho}_1 \sim \hat{\rho}_3$  の 3 個パラメータだけで構成されており，その凸集合は  $C_1$  で規定される (Fig. 3.2) .

ここで， $C_{20}$  において， $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3$  の 3 つで構成される集合  $C_2$  を定義する (Fig. 3.7) .

$$C_2 := \{\hat{\rho}(t) \mid \hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0, \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0, \hat{\rho}_i > 0 (i = 1 \sim 3)\} \quad (3.3.15)$$

このとき,  $C_2$  は  $C_1$  に内接して体積が最大となる凸集合となる. このような空間は一般には原点を通る超平行四辺形領域で表される. ■

(注意 3-6) (3.3.3) 式の初期値は,  $\|\hat{\rho}(0)\| < \infty$  だけでなく, 仮定 A3) に準じて,

$$\hat{\rho}_1(0) - \hat{\rho}_2(0) - \hat{\rho}_3(0) > 0 \quad (3.3.16)$$

$$\hat{\rho}_2(0) - \hat{\rho}_3(0) > 0 \quad (3.3.17)$$

$$\hat{\rho}_i(0) > 0 \quad (i = 1 \sim 5) \quad (3.3.18)$$

を満足するように  $\hat{\rho}_i(0) (i = 1 \sim 5)$  を与える. ■

このとき, 以下の定理が成り立つ.

**【定理 3-1】** (3.1.11) 式で定義される  $M(\theta, \hat{\rho})$  は,  $\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0$ ,  $\hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0$  かつ  $\hat{\rho}_3 > 0$  が成り立つならば常に正定な行列である.

(証明) (3.1.11) 式で定義される  $M(\theta, \hat{\rho})$  の (1,1) 要素は, 次式のように不等式評価される (等号は  $\cos \theta_2 = -1$  のとき).

$$\hat{\rho}_1 + 2\hat{\rho}_3 \cos \theta_2 \geq \hat{\rho}_1 - 2\hat{\rho}_3 \quad (3.3.19)$$

$\hat{\rho}_1 > \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_3$  より,

$$\hat{\rho}_1 - 2\hat{\rho}_3 > \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_3 - 2\hat{\rho}_3 = \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 \quad (3.3.20)$$

ここで,  $\hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0$  より  $M(\theta, \hat{\rho})$  の (1,1) 要素は常に正である. また,  $M(\theta, \hat{\rho})$  の行列式は次式で与えられる (等号は  $\cos \theta_2 = -1$  のとき).

$$\begin{aligned} |M(\theta, \hat{\rho})| &= \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_2^2 - \hat{\rho}_3^2 \cos^2 \theta_2 \\ &\geq \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_2^2 - \hat{\rho}_3^2 \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

$\hat{\rho}_1 > \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_3$  より,

$$\begin{aligned} |M(\theta, \hat{\rho})| &> (\hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_3) \hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_2^2 - \hat{\rho}_3^2 \\ &\geq (\hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3) \hat{\rho}_3 \end{aligned} \quad (3.3.22)$$

ここで,  $\hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3 > 0$  および  $\hat{\rho}_3 > 0$  より,  $|M(\theta, \hat{\rho})| > 0$  である. したがって, 推定慣性行列  $M(\theta, \hat{\rho})$  はすべての時刻で一様に正定な行列であることがわかる. Q.E.D.

**【定理 3-2】** (3.1.1) 式の制御対象 (3.1.9) 式の入力合成則および (3.3.3) 式の適応則からなる制御系の全信号は一様有界で, 制御誤差  $\tilde{\theta}(t)$ ,  $\dot{\tilde{\theta}}(t)$  は零収束する.

(証明) まず適応ループの安定性について述べ、次いで制御系の安定性を示す。

適応ループに関して以下の補題が成り立つ。

【補題 3-1】 適応ループは以下の性質を満足する。

$$(a-1) \hat{\rho}(\cdot) \in L_\infty$$

$$(a-2) R^{\frac{T}{2}}(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot) \in L_2, \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in L_\infty \cap L_2$$

$$(a-3) A_f(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot)/N(\cdot) \in L_2$$

(証明) 付録 D 参照。 ■

制御系の状態空間表現に関してつぎの補題が成り立つ。

【補題 3-2】 (3.1.9) 式の入力合成則と (3.1.1) 式の制御対象からなる制御系は、つぎのように状態空間表現される。

$$\dot{x}(t) = Kx(t) + G(x)A_f(x)\tilde{\rho}(t) \quad (3.3.23)$$

$$\tilde{\theta} = Cx(t) \quad (3.3.24)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = CKx(t) + CG(x)A_f(x)\tilde{\rho}(t) \quad (3.3.25)$$

ここに、

$$K := \text{Blockdiag}\{K_1, F\} \quad (3.3.26)$$

$$K_1 := \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -K_P & -K_D \end{bmatrix} \quad (3.3.27)$$

$$F := \text{diag}\{-f, -f, -f, -f, -f, -f, -f\} \quad (3.3.28)$$

$$C := \begin{bmatrix} -fI_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} & O_{2 \times 7} \end{bmatrix} \quad (3.3.29)$$

$$G(x) := \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} \\ -M^{-1}(x, \hat{\rho}) \\ O_{7 \times 2} \end{bmatrix} \quad (3.3.30)$$

このとき、補題 3-1 が成り立つならば  $x(\cdot) \in L_\infty$  である。

(証明) 付録 E 参照。 ■

この結果、 $x(\cdot) \in L_\infty$  と (3.3.24) 式より、 $\tilde{\theta}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる。また、 $x(\cdot) \in L_\infty$  と (3.3.25) 式より、 $\dot{\tilde{\theta}}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる。以上より制御系全信号の有界性がいえる。

つぎに制御誤差の零収束性を示す。

(3.3.4) 式の正規化信号は，ある正数  $m_0, m_1$  が存在して

$$N^2(t) \leq m_0 + m_1 \|x(t)\|^2 \quad (3.3.31)$$

と評価できることと， $x(\cdot) \in L_\infty$  から  $N(\cdot) \in L_\infty$  である．また，

$$A_f(x)\tilde{\rho}(t) = [A_f(x)\tilde{\rho}(t)/N(t)]N(t) \quad (3.3.32)$$

であるから， $N(\cdot) \in L_\infty$  と補題 3-1 の (a-3) より  $A_f(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot) \in L_2$  である．したがって， $x$  は  $-M^{-1}(x, \hat{\rho})A_f(x)\tilde{\rho} \in L_2$  を安定かつ厳密にプロパーなシステムに通した出力 (Fig. 3.3) であるから， $x$  は零収束する．よって，(3.3.24) 式より  $\tilde{\theta}$  もまた零収束する．

つぎに  $\dot{\tilde{\theta}}$  の零収束性を示す．

$$\frac{d}{dt}(A_f\tilde{\rho}) = \dot{A}_f\tilde{\rho} + A_f\{-\Gamma(t)[p(t) - R(t)\tilde{\rho}(t)]\} \quad (3.3.33)$$

なので， $\frac{d}{dt}(A_f\tilde{\rho}) \in L_\infty$ ，すなわち， $A_f\tilde{\rho}$  は  $L_2 \cap L_\infty$  な信号だけでなく，一様連続信号である．よって Barbalat の補題 (例えば，文献 [31]，pp. 76–78) より，

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_f\tilde{\rho} = 0 \quad (3.3.34)$$

がいえる．以上より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{\theta}} = 0 \quad (3.3.35)$$

がいえる．

Q. E. D.

### 3.4 数値実験

提案法の有効性を検証するため，簡単な数値実験を行った．数値実験では，提案法が切換型パラメータ射影アルゴリズムのような問題点を生起しないことの検証を行った．数値実験はつぎの条件で行った．

なお，比較のため，文献 [35] のパラメータ射影アルゴリズムを適用した数値実験も併せて行った．文献 [35] の方法は，切換型のパラメータ射影則であり，可調整パラメータの変化方向を表すベクトルが凸集合の境界に達すると，その方向ベクトルを境界上に射影した上で可調整パラメータの調整を行うことを意味する．

制御対象は SICE-DD アームのようなロボットアームを考える．各パラメータは，文献 [3]，p.80 の値を参照し， $l_1 = l_2 = 0.2$  [m]， $\rho_1 = 1.1505$  [kgm<sup>2</sup>]， $\rho_2 = 0.0758$  [kgm<sup>2</sup>]， $\rho_3 = 0.0414$  [kgm<sup>2</sup>]， $\rho_4 = 3.3983$  [Nms/rad]， $\rho_5 = 0.4676$  [Nms/rad] とした．この数値は，仮定 A3) を満足している．このとき，ロボットアームの先端座標が，

$$z(t) = \begin{bmatrix} 0.2 \cos \theta_1(t) + 0.2 \cos \{\theta_1(t) + \theta_2(t)\} \\ 0.2 \sin \theta_1(t) + 0.2 \sin \{\theta_1(t) + \theta_2(t)\} \end{bmatrix}$$

で表されるロボットアームに対して，目標軌道（中心  $(0.3, 0)$ ，半径  $0.05$  [m]，角速度  $\pi$  [rad/s] で反時計回りの円運動）

$$z^*(t) = \begin{bmatrix} 0.3 + 0.05 \cos \pi t \\ 0.05 \sin \pi t \end{bmatrix}$$

を与えて数値実験を行った．

なお，設定パラメータは， $f = 3$ ， $\lambda_1 = 0.1$  とし，可調整パラメータの初期値は， $\hat{\rho}(0) = [0.8 \ 0.06 \ 0.02 \ 3.3 \ 0.43]^T$ ，初期角度は， $\theta(0) = [-0.1583 \ 0.3166]^T$  とした．また，Middleton らの構成法では  $\Gamma = 35I$  とし，提案法では  $\gamma = 350$  とした．

Middleton らの構成法では，実際に数値計算を行うために数値誤差を考慮する必要がある．そこで，凸集合  $C_1$  の内側に  $\delta$  だけ小さい凸集合  $C'_1$  を設定し，その集合に拘束を行った． $\delta$  は  $0.01$  とした．また，過渡応答の評価を行うため，次式の値で比較を行った．

$$e(t) := \left( \frac{1}{t} \int_0^t \|z(\sigma) - z^*(\sigma)\|^2 d\sigma \right)^{1/2} \quad (3.4.1)$$

Figure 3.8 に Middleton らの構成法で用いている切換型のパラメータ射影アルゴリズム [35] を適用した結果を，Fig. 3.9 に提案法の結果をそれぞれ示す．それぞれ上から，慣性行列  $M(\theta, \hat{\rho})$  の行列式の値  $|M(\theta, \hat{\rho})|$ ，各関節にかかる入力トルクおよび手先の位相面軌跡を表す．また，Middleton らの構成法の射影動作開始・開放近傍時刻での  $\hat{\rho}$  の軌道の拡大図 ( $\hat{\rho}_2(t) - \hat{\rho}_3(t)$  平面) を Fig. 3.10 に示す．(3.4.1) 式に基づく過渡応答の評価結果を Fig. 3.11 に示す．

Figure 3.8，Fig. 3.9 のそれぞれ下段の位相面軌跡から，Middleton らの構成法および提案法ともに制御目的が達成されていることがわかる．

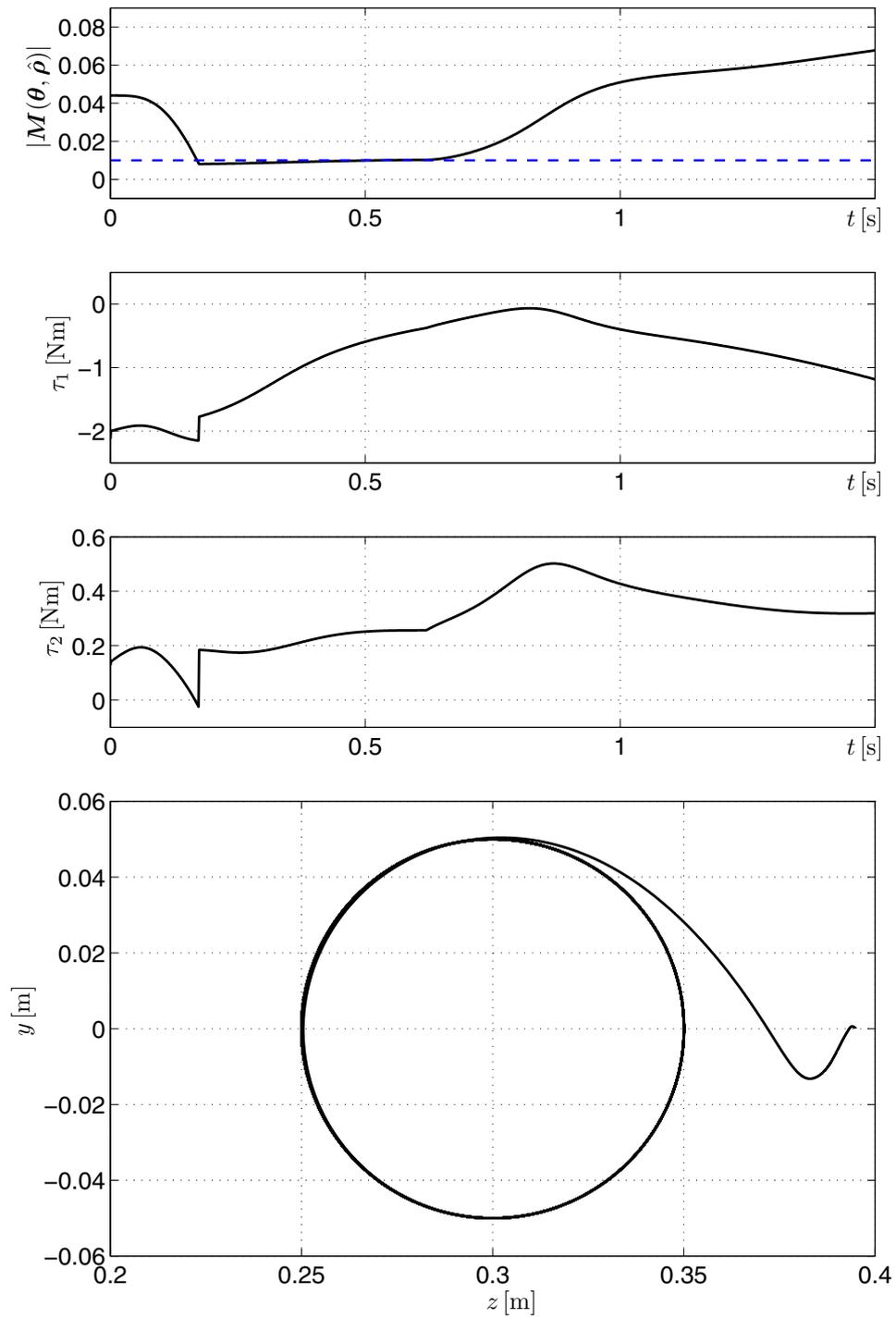
切換型のパラメータ射影アルゴリズム [35] を適用している場合には，推定慣性行列  $M(\theta, \hat{\rho})$  の正定性が満たされているものの微分値のない時刻が存在するため，射影がかかる瞬間（この例では約  $0.17$  秒後）および射影から抜け出る瞬間（この例では約  $0.63$  秒後）入力トルク  $\tau$  が不連続に大きく変動していることが Fig. 3.8 からわかる．

Figure 3.10 より，従来法で設定した凸領域をはみ出す時間区間が存在していることがわかる（本数値実験では，刻み幅を  $0.0005$  とし，積分近似にはルンゲ・クッタ法を使用した）．このため，切換型パラメータ射影アルゴリズム [35] では，適応速度が大きい場合には，このような数値誤差によって  $M(\theta, \hat{\rho})$  の正定性が失われる可能性があることを意味する．

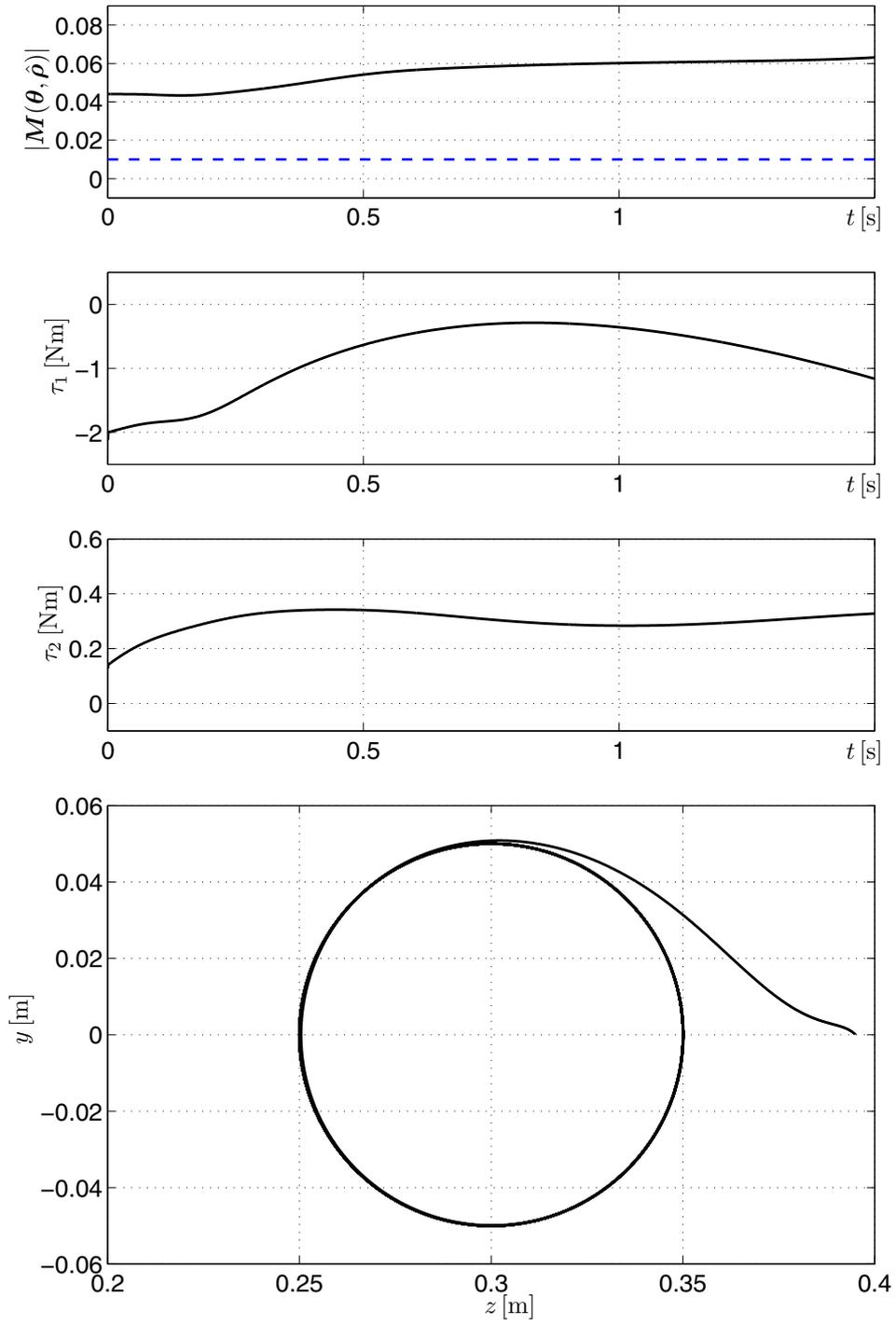
一方，推定慣性行列  $M(\theta, \hat{\rho})$  の正定性を確保するのに提案法を適用している Fig. 3.9 では，すべての時刻において常に正定性が確保されていることがわかる．また，ロボットアームの入力トルクが滑らかに変化し，良好な応答が得られていることが確認できる．さらに，提案法では数値実現において数値誤差を避けるため凸集合の内側に集合を再設定する，あるいは，事前情報に基づき境界における法線ベクトルを設定する等の煩雑な計算を必要としない．このため，提案法は Middleton らの構成法と比較し数値実現が容易であるという特長を有する．また，Fig. 3.11 から，(3.4.1) 式による評価では，提案法は従来法と比較して過渡応答が改善できる構成法であることがわかる．

従来の切換型射影アルゴリズムを用いた適応則は、「定数ゲイン ( $\Gamma$ ) × 最急降下方向」という形式をとるため、射影アルゴリズムが動作しなければ定数ゲイン倍の速度で可調整パラメータが最急降下方向に調整される。一方、提案する滑らかな射影アルゴリズムを用いた適応則は、「可調整パラメータを拘束するゲイン ( $\Gamma(\rho)$ ) × 最急降下方向」となっているため、常に時変ゲインがかかっている構成となる。すなわち、提案法では可調整パラメータが指定した拘束領域をはみ出さないように、最急降下方向をずらしながら調整することを意味する。この結果、従来法と提案法において同じ定数ゲインを用いた場合には、提案法における可調整パラメータの収束速度は遅くなる。しかしながら、計算トルク法に基づく適応軌道制御系は、DyCE 原理に基づく構成法となっており、制御誤差が可調整パラメータの変化率に依存しないことから、提案法における  $\gamma$  を大きくすることで制御誤差が改善される。

(注意 3-7) 本章では剛体 2 リンクロボットアームを対象とした。2 リンクロボットアームの推定慣性行列を構成する可調整パラメータは 3 個パラメータである。このため、Fig. 3.7 のように図形的に体積が最大となる多面体を考えることができる。しかしながら、リンク数が増えていくと、推定慣性行列の正定性を確保する領域は多次元空間となる。したがって、この領域に内接し、測度が最大となる超多面体空間を選ぶことは困難となる。すなわち、変換行列  $T$  の導出が困難となる。現段階では、試行錯誤的にしかこの  $T$  を選ぶことができない。ただし、少なくとも推定慣性行列の正定性を確保することは可能である。多リンクにおいても、測度が最大となる超多面体空間を選ぶ方法の検討は今後の課題である。 ■



**Fig. 3.8:** Simulation results of Middleton *et al.*'s method [16]



**Fig. 3.9:** Simulation results of the proposed scheme

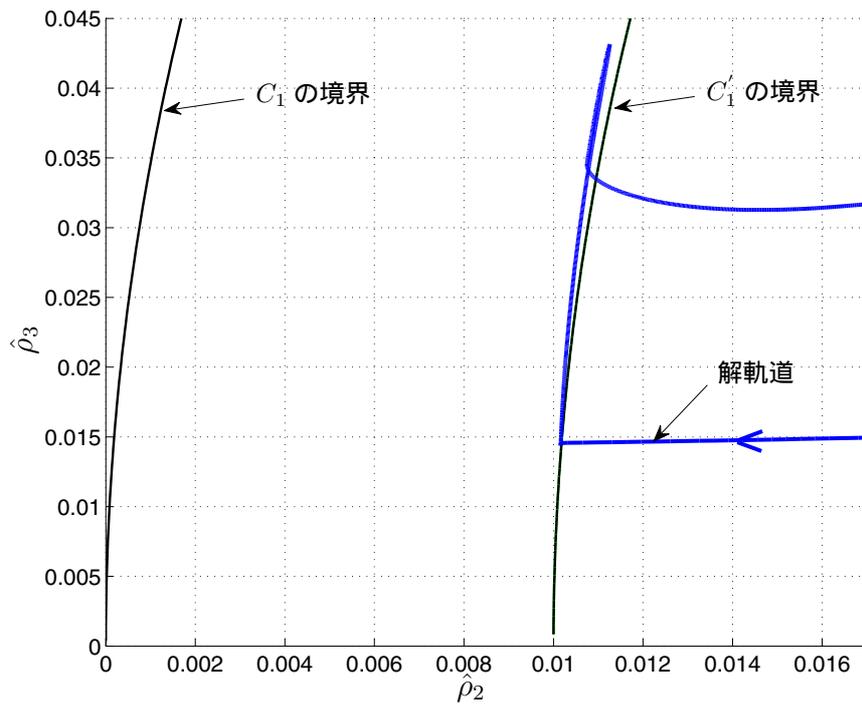


Fig. 3.10: Trajectory of adjustable parameter by Middleton *et al.*'s method [16]

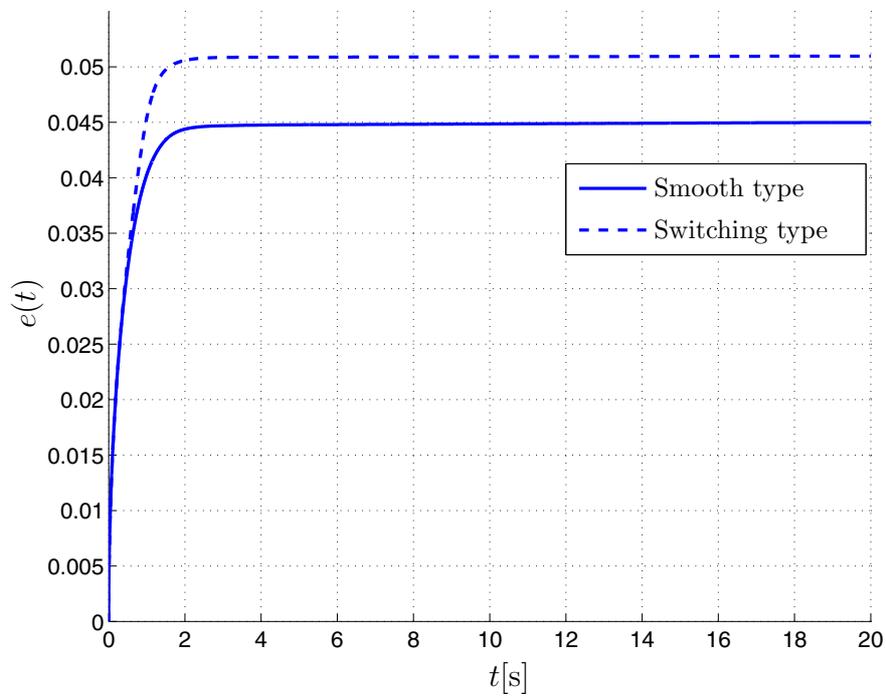


Fig. 3.11: Comparison of the transient response of the control error

## 第4章 DyCE原理に基づくMRACSの過渡応答改善への応用

DyCE原理に基づくMRACS [25, 26, 27, 28, 29, 30] は、過渡応答の改善が期待できる方法である。なぜなら、制御誤差が可調整パラメータの高階微分値の影響を受けないことから、制御量の過渡応答が適応速度に応じて劣化しないからである。しかしながら、適応制御系は可調整パラメータが過渡的に適応制御器や適応制御系を不安定化する領域を通過することがあり、この結果、応答が劣化する場合がある。

そこで本章では、2章で提案した高階調整則を活用し、前述のような過渡応答の劣化が生じないDyCE原理に基づくMRACSの一構成法を提案する。また、その有効性を簡単な数値実験結果によって示す。

### 4.1 CE原理に基づく適応制御系の過渡特性

適応制御系を最も簡単に構成する方法は、未知パラメータを可調整パラメータに機械的に置き換える方法である。これは、Certainty Equivalent (CE) 原理 [24] に基づく適応制御系である。この適応制御系は、構成は簡単であるが、可調整パラメータの調整速度に応じて過渡応答が劣化する特徴を有する。

ここでは、以下の制御対象に対して適応制御系を構成し、その特徴を述べる。

< 制御対象 >

制御対象は、連続時間一入出力線形時不変系で最小位相系とし、その伝達関数を  $N_p(s)/D_p(s)$  とする。また、制御対象の次数が  $n$ 、相対次数を  $n^*(\leq n)$  とする。時刻  $t$  における制御対象の出力  $y(t)$  は以下のようにパラメトライズできる。

$$y(t) = \zeta^T(t)\rho + \epsilon(t) \quad (4.1.1)$$

ここに、 $\zeta(t) \in \mathbb{R}^{2n}$  の要素はつぎのように定義される。

$$\zeta_i(t) := \begin{cases} u^{[-(n^*+i-1)]}(t) & (i = 1 \sim n) \\ y^{[-(n^*-n+i-1)]}(t) & (i = n+1 \sim 2n) \end{cases} \quad (4.1.2)$$

$u(t)$  は制御対象の入力を表す。 $\rho \in \mathbb{R}^{2n}$  は  $\zeta(t)$  に対して一意に定まるプラントパラメータである。 $\epsilon(t)$  は制御対象の内部状態の初期値に依存し  $e^{-ft}$  ( $f > 0$  は設計パラメータ) のオーダーで指数減衰する信号である。

このような制御対象に対して，以下の仮定を設ける．

**【仮定】**

- A1) 次数  $n$  および相対次数  $n^*$  ( $\leq n$ ) は既知である．
- A2)  $D_p, N_p$  は既約である．
- A3) 高周波ゲイン  $\rho_1$  の符号は既知とする．ここでは，一般性を失うことなく正とする．
- A4) 利用可能な信号は  $u(t), y(t)$  のみである．

モータの速度制御（一次遅れ系）を例に，CE 原理に基づくモデル規範形適応制御系 (Model Reference Adaptive Control System: MRACS) の過渡特性について説明する．

Figure 4.1 にモデル規範制御系のブロック線図を示す．ここに， $u(t)$  および  $y(t)$  は，それぞれ印加電圧（制御入力）および回転速度（制御量）を表す．また， $r(t)$  は参照信号， $y_m(t)$  は目標回転速度（目標信号）である．制御対象の特性が既知な場合， $\rho := [b, f - a]^T$  として制御入力を合成すれば，制御目的 ( $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y}(t) = 0$ ;  $\tilde{y}(t) := y(t) - y_m(t)$ ) が達成される．しかしながら，制御対象の特性が未知であったり，大幅に変動する場合にはこのような固定パラメータでは制御目的が達成できない場合がある．そこで， $\rho := [\rho_1, \rho_2]^T$  を推定値  $\hat{\rho}(t)$  で置き換え，CE 原理に基づく適応制御系を構成して制御する問題を考える．

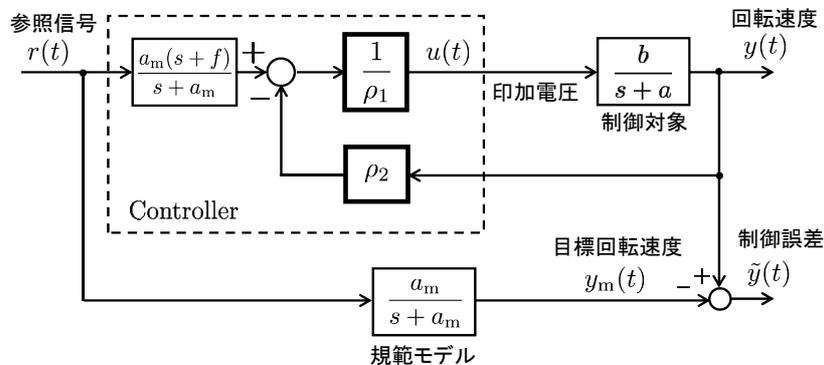


Fig. 4.1: MRCS for the first-order delay system

Figure 4.2 に CE 原理に基づく MRACS のブロック線図を示す．この場合の可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  は， $\hat{\rho}_1(t)$  と  $\hat{\rho}_2(t)$  の 2 個であり，入力合成には可調整パラメータの微分値は含まないが， $\hat{\rho}_1(t)$  による割り算が必要である．このとき，制御誤差  $\tilde{y}(t)$  は次式で与えられる．

$$\tilde{y}(t) = \zeta^T(t) \tilde{\rho}(t) - \left[ \zeta^T(t) \dot{\tilde{\rho}}(t) \right]_f \quad (4.1.3)$$

ここに， $\tilde{\rho}(t) := \rho - \hat{\rho}(t)$  および  $\zeta(t) := [u_f(t), y_f(t)]^T$  である．

(4.1.3) 式の右辺からわかるように，CE 原理に基づく MRACS では， $\hat{\rho}(t)$  の調整速度が大きい場合には，制御誤差が  $\zeta^T(t) \dot{\tilde{\rho}}(t)$  の項の影響を受ける．

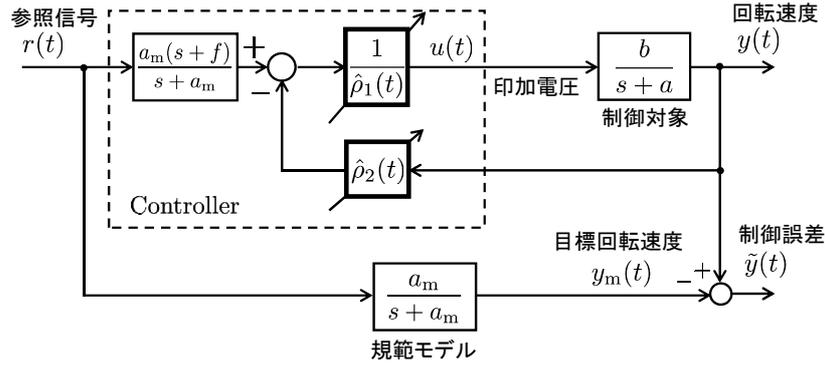


Fig. 4.2: MRACS based on CE principle for the first-order delay system

## 4.2 DyCE 原理に基づく MRACS の構成

この問題を解決する方法に DyCE 原理に基づく MRACS がある。

### 4.2.1 DyCE 原理に基づく MRACS の特徴

DyCE 原理に基づく MRACS の入力合成則は次式で定義される。

入力合成則

$$u(t) := \frac{y_m^{[n^*]}(t) - \sum_{i=2}^{2n} \zeta_i^{[n^*]}(t) \hat{\rho}_i(t) - f(t)}{\hat{\rho}_1(t)} \quad (4.2.1)$$

ここに、制御対象の出力  $y(t)$  が追従すべき目標信号  $y_m(t)$  は、以下の規範モデルで与えられる。

$$y_m(t) := (W_m(s)[r])(t) \quad (4.2.2)$$

ここに、 $W_m(s)$  は制御系の規範モデルで、その相対次数は  $n^*$  以上とする。また、 $W_m(s)$  は漸近安定システムで最小位相系とし、高周波ゲインを正とする。また、 $r(t)$  は区分連続かつ有界な参照入力である。可調整パラメータ  $\hat{\rho}_i(t)$  は  $\rho_i$  ( $i = 1 \sim 2n$ ) に対する推定値である。補助入力  $f(t)$  は以下で定義される。

$$f(t) := \sum_{j=1}^{n^*} n^* C_j \cdot (\zeta^{[n^*-j]}(t))^T \hat{\rho}^{(j)}(t) \quad (4.2.3)$$

(4.1.1) 式に対応した推定モデルを  $\hat{y}(t) := \zeta^T(t) \hat{\rho}(t)$  とすると、(4.2.2) 式の右辺は SMC (Surrogate Model Control) 則；

$$y_m(t) := \hat{y}(t) \quad (4.2.4)$$

と等価である．これは，本来  $y_m(t) = y(t)$  としたいが，過渡的にはその代わりに  $y_m(t) = \hat{y}(t)$  を満たすように入力を合成することを意味する．このとき，制御誤差はつぎの代数方程式で表される．

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) &:= y(t) - y_m(t) \\ &= \zeta^T(t)\tilde{\rho}(t) + \epsilon(t); \quad \tilde{\rho}(t) := \rho - \hat{\rho}(t) \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

(注意 4-1) CE 原理による誤差方程式と異なり， $f(t)$  の存在によって， $\tilde{y}(t)$  は  $\dot{\rho}(t)$  の影響を全く受けないことがわかる．したがって， $y(t)$  の過渡応答は適応速度に応じて劣化することはない．ただし，A4) の仮定から  $y(t)$  の高階微分値は利用できない．このため， $y^{(j)}(t)$  ( $j = 1 \sim n^* - 1$ ) を用いずに  $\hat{\rho}^{(j)}$  ( $j = 1 \sim n^*$ ) を生成する特別な適応則が必要である．そのような特別な適応則は，High Order Tuner (HOT) として知られており，Morse[25] やその実現性を改善した板宮らの方法 [28, 29] がある．板宮らの方法では，新らが提案した高階調整則 [52] をもとにその実現を図っている． ■

< 数値例 > ここで，CE 原理に基づく構成法の問題点が解決されることを確認するため，簡単な数値実験を行った．DyCE 原理に基づく MRACS のブロック線図を Fig. 4.3 に示す．

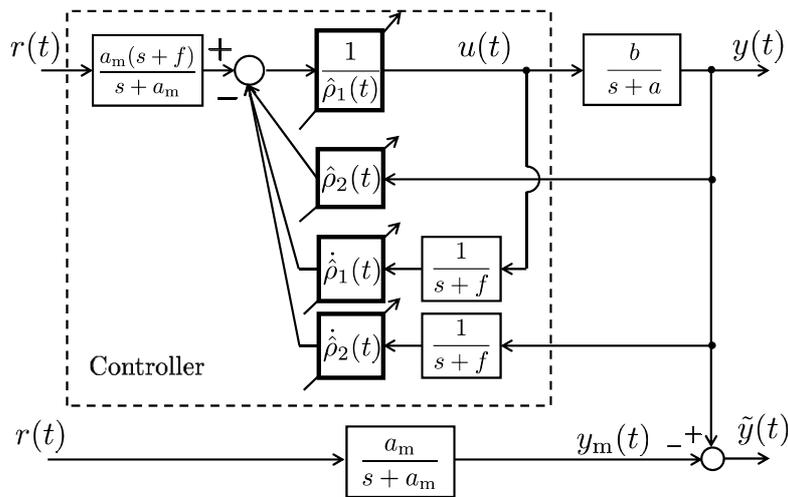
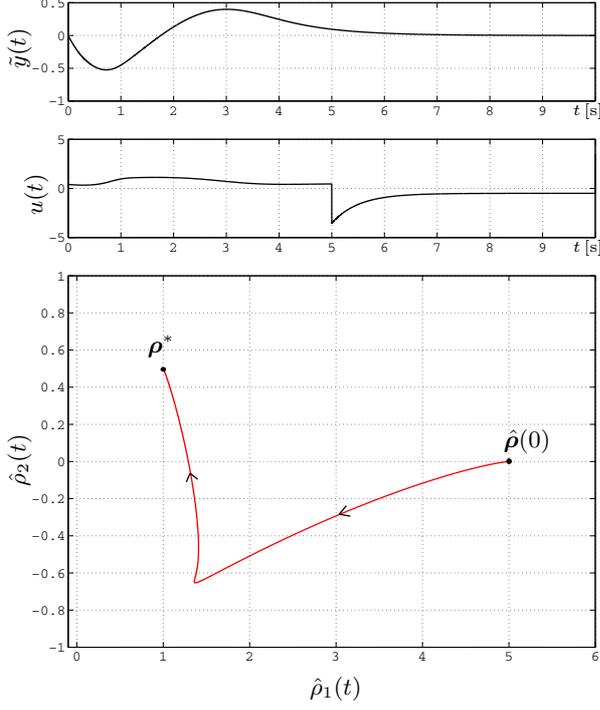
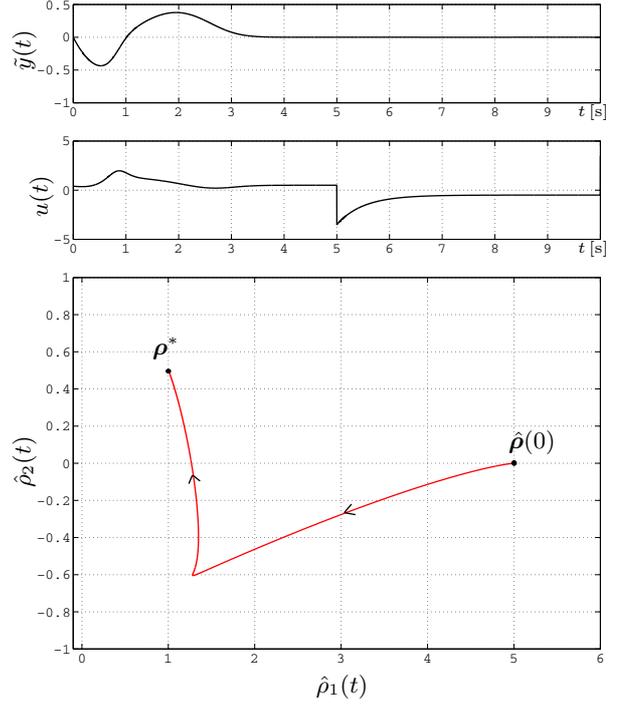


Fig. 4.3: MRACS based on DyCE principle for the first-order delay system

Figure 4.2 と Fig. 4.3 の MRACS に対して以下の条件で数値実験を行った．



**Fig. 4.4:** MRACS based on CE principle for the first-order delay system



**Fig. 4.5:** MRACS based on DyCE principle for the first-order delay system

高階調整則として次式を用いた．

$$\dot{\hat{\rho}}(t) := \Gamma [p(t) - R(t)\hat{\rho}(t)] \quad (4.2.6a)$$

$$\Gamma := \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2\} > 0 \quad (4.2.6b)$$

$$p(t) := \int_0^t h(t-\sigma)y_N(\sigma)\zeta_N(\sigma)d\sigma \quad (4.2.6c)$$

$$R(t) := \int_0^t h(t-\sigma)\zeta_N(\sigma)\zeta_N^T(\sigma)d\sigma \quad (4.2.6d)$$

$$h(t) := \mathcal{L}^{-1}[H(s)], H(s) := \lambda_0^{n^*}/(s + \lambda_0)^{n^*}; \lambda_0 > 0 \quad (4.2.6e)$$

$$N(t) := \{\mu + \zeta^T(t)\zeta(t)\}^{1/2}; \mu > 0 \quad (4.2.6f)$$

$$y_N(t) := y(t)/N(t), \zeta_N(t) := \zeta(t)/N(t) \quad (4.2.6g)$$

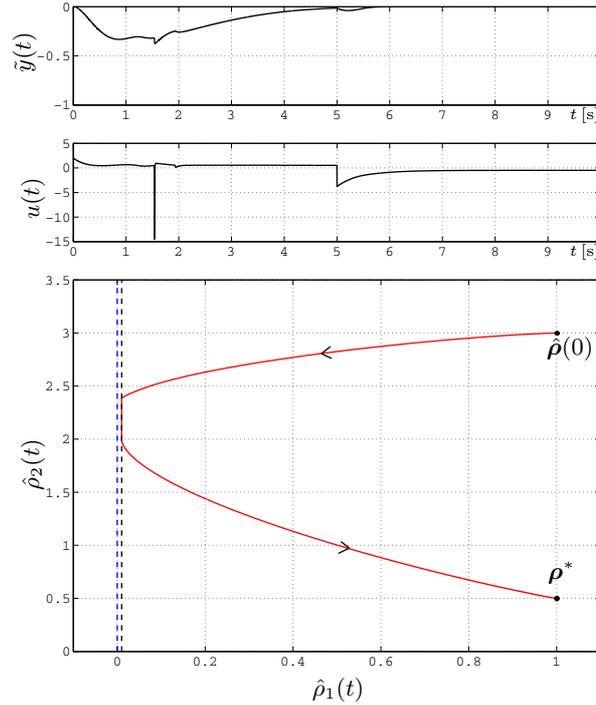
各パラメータを以下のように設定した．

$$a = 0.5, b = 1, a_m = 2, f = 1, \gamma_1 = \gamma_2 = 100, \mu = 0.01, \lambda_0 = 0.1, \hat{\rho}(0) := [5, 0]^T$$

参照入力  $r(t)$  は，周期 0.1[Hz]，振幅  $\pm 1$  の矩形波を与えた．このとき，最適値は  $\rho^* = [1, 0.5]^T$  である．

Figure 4.4 と Figure 4.5 に，CE 原理に基づく MRACS と DyCE 原理に基づく MRACS の数値例を示す．それぞれ上段から制御誤差  $\tilde{y}(t)$ ，制御入力  $u(t)$  の時間応答および可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  の解軌道を表す．

Figure 4.5 では，約 3.5 秒で制御誤差がほぼ 0 となっているが，Figure 4.4 では，零収束するまで



**Fig. 4.6:** MRACS based on DyCE principle for the first-order delay system in the presence of switching type projection algorithm

に倍近くの時間を要していることがわかる．この数値例からも，CE原理と比較してDyCE原理に基づく構成法では，制御誤差の過渡応答が改善されていることがわかる．

しかしながら，DyCE原理に基づく構成法は一般に可調整パラメータの高階微分値 ( $\hat{\rho}^{(j)}(t)$ ;  $j = 1, 2, \dots, n^*$ ) を必要とする．このため， $\hat{\rho}(t)$  の推定には高階調整則が必要となる．また，前述のDyCE原理に基づく構成法では， $\hat{\rho}_1(t)$  による割り算が制御入力に含まれているため， $\hat{\rho}_1(t)$  による零割を回避する必要がある．

可調整パラメータの解軌道を拘束するためには，射影アルゴリズムを用いればよく，一般に切換型の射影アルゴリズム (例えば，文献 [35]) が用いられる．この方法は，適応則を構成する積分器入力を凸集合の境界上で切り換えることによって射影動作を実現する方法である．凸集合の境界に可調整パラメータが到達し，かつ， $\hat{\rho}(t)$  の変化方向が凸集合の外を向いている場合に変化方向を接平面上に切り換えるため，射影動作が起きる瞬間と射影動作から解放される瞬間には可調整パラメータの微分値が存在しない．このため，それらの時刻では厳密に制御入力の実現できない問題を有し，DyCE原理に基づく構成法では，この射影アルゴリズムを用いることによって制御入力の実現できない問題が生起する．

例えば，Fig. 4.3 のMRACSに対して，切換型の射影アルゴリズムを用いた数値例が Fig. 4.6 である．

ここでは,  $\hat{\rho}_1(t)$  による零割を防止するため, (4.2.6a) 式をつぎのように変更した.

$$\dot{\hat{\rho}}(t) := \begin{cases} \Gamma_p [\mathbf{p}(t) - \mathbf{R}(t)\hat{\rho}(t)] & t \in \Omega_p \\ \Gamma [\mathbf{p}(t) - \mathbf{R}(t)\hat{\rho}(t)] & t \in \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.2.7a)$$

$$\Gamma_p := \text{diag}\{0, \gamma_2\} > 0 \quad (4.2.7b)$$

$$\Gamma := \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2\} > 0 \quad (4.2.7c)$$

$$\Omega_p := \{t | \hat{\rho}_1(t) = 0.01, p_1(t) - r_1(t)\hat{\rho}(t) < 0\} \quad (4.2.7d)$$

$$p_1(t) := \int_0^t h(t-\sigma)y_N(\sigma)\zeta_{1N}(\sigma)d\sigma \quad (4.2.7e)$$

$$r_1(t) := \int_0^t h(t-\sigma)\zeta_{1N}(\sigma)\zeta_N^T(\sigma)d\sigma \quad (4.2.7f)$$

各パラメータは以下のように設定した.

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 250, \mu = 0.5, \lambda_0 = 0.1, \hat{\rho}(0) := [1, 3]^T$$

Figure 4.6 では,  $\hat{\rho}_1(t)$  が設定した下限値 0.01 において, その微分値が厳密には存在しない時刻 (この例では約 1.52 秒) が生起するため, その影響が制御入力に表れている.

したがって, DyCE 原理に基づく構成法では,  $\hat{\rho}_1(t)$  による零割を回避するとともに,  $\hat{\rho}(t)$  の微分値の存在を保証する必要がある. そこでつぎに, このような問題を解決する DyCE 原理に基づく MRACS の構成法 [33] について説明する.

#### 4.2.2 解軌道の滑らかさを保証する射影型適応則を用いた DyCE 原理に基づく MRACS[33]

$\hat{\rho}_1(t)$  による零割を回避し, 解軌道の滑らかさを保証する高階調整則は (2.2.2) 式で与えられる. ただし, (2.2.2) 式において,

$$N(t) := \{\mu + \zeta^T(t)\zeta(t)\}^{1/2}, \mu > 0 \quad (4.2.8)$$

として, かつ, ベクトル  $\mathbf{y}(t)$  をスカラ  $y(t)$ , 行列  $\mathbf{Z}(t)$  をベクトル  $\zeta(t)$  として, さらにそれぞれ

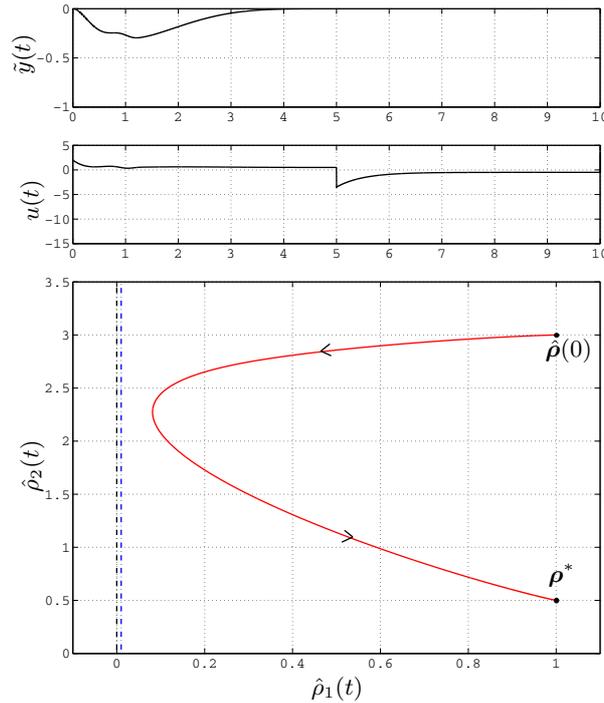
$$y(t) := y(t)/N(t) \quad (4.2.9)$$

$$\zeta(t) := \zeta(t)/N(t) \quad (4.2.10)$$

と置き換えて構成する.

$\hat{\rho}_1(t)$  による零割を回避し, 可調整パラメータの微分値の存在が保証されることを検証するため, Fig. 4.3 の MRACS に対して数値実験を行った. ただし,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 550$  とした. 数値実験結果を Fig. 4.7 に示す. それぞれ上から制御誤差  $\tilde{y}(t)$ , 制御入力  $u(t)$  の時間応答および可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  の解軌道を表す.

切換型のパラメータ射影アルゴリズム [35] を用いた結果では (Fig. 4.6), 約 1.52 秒で  $\hat{\rho}_1(t)$  に対する射影動作が起きていることから, その時刻で  $\dot{\hat{\rho}}(t)$  が存在しない. このため,  $\hat{\rho}(t)$  の微分値



**Fig. 4.7:** MRACS based on DyCE principle [33] for the first-order delay system (Smooth type projection algorithm is adopted in an adaptation law)

の代わりに左微分が用いられているが、左微分の不連続変化に伴い、制御入力も不連続に変化していることがわかる。また、制御入力が射影動作の開始時刻で瞬間的に増大していることがわかる。

一方 Fig. 4.7 から、文献 [33] の方法では、滑らかなパラメータ射影アルゴリズムを用いているので、常に  $\hat{\rho}(t)$  の滑らかさが失われていない。すべての時刻で  $\hat{\rho}(t)$  の滑らかさが保証されることで、制御入力にも影響が出ていないことがわかる。また、制御誤差が過渡応答の変化率に依存しない構成法となっていることから、適応ゲイン  $\gamma_1, \gamma_2$  を大きくすることで過渡応答が改善される。したがって、文献 [33] の方法は、零特異問題を回避（制御則において  $\hat{\rho}_1(t)$  による零割を回避）できる構成法であることがわかる。

### 4.3 解軌道の滑らかさを保証する従来の高階調整則 [33] を用いた DyCE 原理に基づく MRACS の問題点

前述の (4.2.1) 式および (2.2.2) 式からなる適応制御器を用いることで、可調整パラメータの微分値の存在を保証しつつ、制御入力合成時の零特異問題の回避や有界閉領域（超直方体領域）に可調整パラメータを拘束することが可能となる。しかしながら実際の適応制御系では、適応制御器や適応制御系が必ず不安定になると思われる空間に可調整パラメータが調整されることで、過渡応答が劣化する場合がある。

そこで、文献 [33] の方法で過渡応答が劣化する場合を示す。

前節の Fig. 4.3 と同様の DyCE 原理に基づく MRACS を考える。入力合成には可調整パラメー

タの微分値が必要であり、また、 $\hat{\rho}_1(t)$  による割り算が必要である。

ここで、適応制御器の可調整パラメータを一定値のパラメータに置き換えたときの制御系を安定化する領域を  $\Theta_s$  とする。このとき明らかなのは、適応制御器の可調整パラメータが  $\Theta_s$  の補集合 ( $\Theta_s^c$ ) に留まると、適応制御系は不安定化する。ここでは、事前情報としてこのような適応制御系の安定度が劣化する領域 ( $\hat{\rho}_2(t) \leq -0.5\hat{\rho}_1(t)$ )、また、実行不可能領域 ( $\hat{\rho}_1(t) \leq 0$ ) が得られているものとする (Fig. 4.8)。

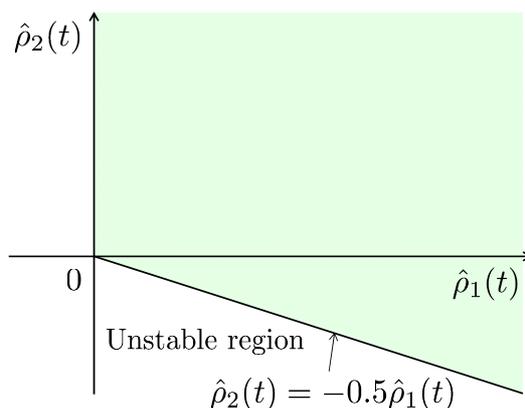


Fig. 4.8: Unstable region in the MRACS based on DyCE principle for Fig. 4.3

このとき、つぎの3つのパターンで数値実験を行った。

Case 1 :  $\hat{\rho}_1(t)$  による零割回避のみを行った場合

Case 2 : 可調整パラメータの初期値と真値が拘束領域内に含まれる場合

Case 3 : 可調整パラメータの真値が拘束領域内に含まれない場合

数値実験は以下の条件で行った。

$r(t)$  は周期0.05[Hz]、振幅 $\pm 1$ の矩形波を与えた。また、 $\lambda_0 = 0.1$ 、 $\mu = 0.01$ 、 $\rho_0 = 0.5$ 、 $\Gamma = 100I$ とした。また、それぞれのCaseにおける可調整パラメータの拘束範囲および初期値は以下のように設定した。

Case 1 :  $\hat{\rho}_1(t)$  の下限値  $\rho_{1\min} = 0.01$ 、初期値  $\hat{\rho}(0) = [8, -3.5]^T$

Case 2 :  $0 < \hat{\rho}_1(t) < 10000$ ,  $0 < \hat{\rho}_2(t) < 10000$ 、初期値  $\hat{\rho}(0) = [1, 3]^T$

Case 3 :  $2 < \hat{\rho}_1(t) < 10000$ ,  $-1 < \hat{\rho}_2(t) < 10000$ 、初期値  $\hat{\rho}(0) = [7, 0]^T$

このとき、パラメータの真値は  $\rho^* = [1, 0.5]^T$  である。

Figure 4.9 (a) から (c) に数値実験結果を示す。数値実験結果から、以下のことが考察できる。

Case 1 の場合 : 可調整パラメータの解軌道が不安定領域を通過する場合には、過渡応答が劣化することを確認できる。この場合、約 0.47 秒で不安定領域に入っている。

Case 2 の場合 : 可調整パラメータの解軌道が不安定領域を通過せず、かつ、拘束領域内に可調整

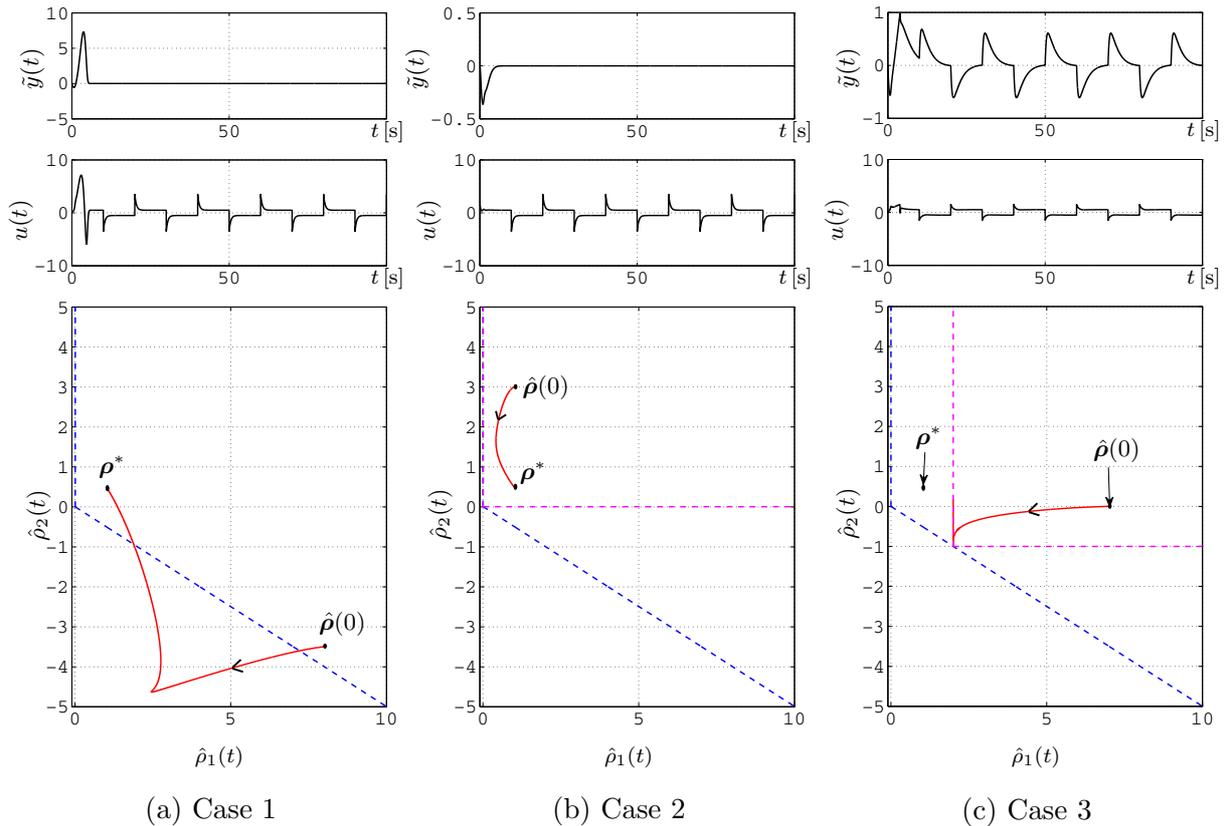


Fig. 4.9: Simulation results based on Tanahashi *et al.*'s method [33]

パラメータの真値が含まれる場合には，従来の滑らかな射影アルゴリズムを用いても過渡応答の劣化は生じしない．

Case 3 の場合：可調整パラメータは不安定領域を通過しないが，可調整パラメータの真値が拘束領域外にあるとき，従来の滑らかな射影アルゴリズムでは，過渡応答や定常特性に影響を与える場合がある．

可調整パラメータの真値が事前情報によりほぼ正確にわかっている場合には，これを包含するように拘束領域を選べばよい (Case 2)．しかしながら，真値を前もって詳細に知ることは，それを含む制御系の安定領域を調べることもより困難であると思われる．

そこで次節では，2章で提案した高階調整則を用いてこの問題を解決する方法を提案する．

(注意 4-2) 適応制御では，可調整パラメータを真値に収束させるため不安定領域にわざと推移させ PE (Persistently Exciting) 性を高めるという方法もある．しかしながら，ここでの制御目的は，可調整パラメータを真値に収束させることを目的とするのではなく，制御誤差を零収束させるとともに少しでも過渡的な応答を良くし，パラメータ調整に起因する適応制御系の過渡応答劣化をできるだけ避けることにある．

## 4.4 過渡応答の改善が期待できる高階調整則の提案

本節では、2章のアルゴリズムを利用した高階調整則を提案する。この高階調整則によって、可調整パラメータが適応制御系の安定度が劣化する領域を通過しないように拘束することができる。この結果、この安定度が劣化する領域を  $\hat{\rho}(t)$  が通過しない分だけ過渡応答が改善される。このような拘束が可能な高階調整則はつぎのように構成される。

(2.3.3) 式において、

$$N(t) := \{\mu + \zeta^T(t)\zeta(t)\}^{1/2}, \mu > 0 \quad (4.4.1)$$

として、かつ、ベクトル  $\mathbf{y}(t)$  をスカラー  $y(t)$ 、行列  $Z(t)$  をベクトル  $\zeta(t)$  として、さらにそれぞれ

$$y(t) := y(t)/N(t) \quad (4.4.2)$$

$$\zeta(t) := \zeta(t)/N(t) \quad (4.4.3)$$

と置き換えて構成する。

## 4.5 数値実験

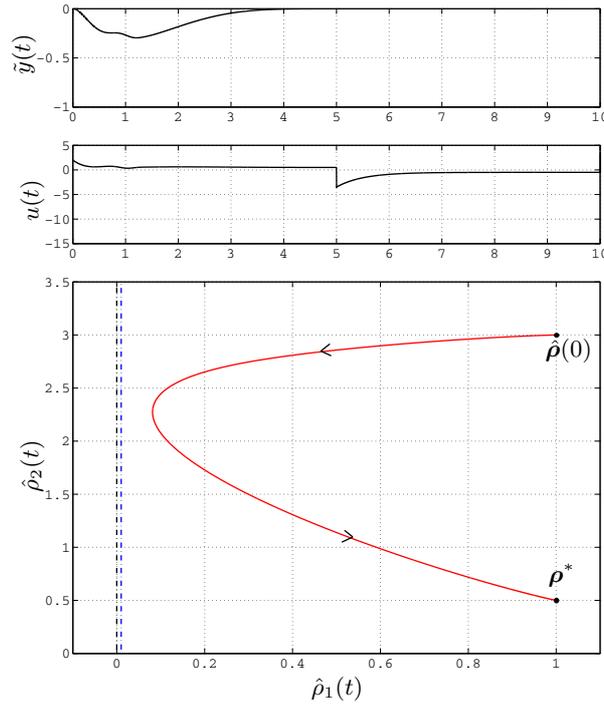
本節では、つぎの3つの数値実験で提案法の有効性を検証する。

- (1) Figure 4.3 の MRACS に対して、 $\hat{\rho}_1(t)$  による零割を回避し、可調整パラメータの微分値の存在が保証されることを検証するため、4.2.2 節と同様の数値実験を行う。
- (2) Figure 4.3 の MRACS に対して、可調整パラメータが安定度が劣化する領域を通過しないことで過渡応答が改善できることを示す。4.2 節の Case 1 から Case 3 の数値実験でこれを示す。
- (3) 高階調整則としての有効性を検証するため、相対次数  $n^* = 2$  の場合の数値実験を行う。

< 数値実験 (1) >

(2.3.3) 式 (Scheme 1 の構成) を用いて、4.2.2 節と同様に数値実験を行った。適応ゲインは、 $\gamma = 550$  とした。Figure 4.10 に数値実験結果を示す。それぞれ上から制御誤差  $\tilde{y}(t)$ 、制御入力  $u(t)$  の時間応答および可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  の解軌道を表す。提案法を用いてもすべての時刻で  $\hat{\rho}(t)$  の滑らかさが失われず、切換型射影アルゴリズム (Fig. 4.6) のように制御入力に影響が出ていないことがわかる。これより、提案法も零特異問題を回避できる構成法であることがわかる。

なお、この場合 Scheme 1 の構成で、かつ、 $\hat{\rho}_1(t)$  の下限のみの拘束を行っていることから、棚橋らの構成法 [33] と等価な構成となる。また、従来の切換型射影アルゴリズムを用いた適応則は、「定数ゲイン ( $\Gamma$ ) × 最急降下方向」という形式をとるため、射影アルゴリズムが動作しなければ定数ゲイン倍の速度で可調整パラメータが最急降下方向に調整される。一方、提案する滑らかな射影アルゴリズムを用いた適応則は、「可調整パラメータを拘束するゲイン ( $\Gamma(\hat{\rho})$ ) × 最急降下方向」



**Fig. 4.10:** MRACS based on DyCE principle for the first-order delay system (Proposed smooth type projection algorithm is adopted in an adaptation law : scheme 1)

となっているため、常に時変ゲインがかかっている構成となる。すなわち、提案法では可調整パラメータが指定した拘束領域をはみ出さないように、最急降下方向をずらしながら調整することを意味する。この結果、従来法と提案法において同じ定数ゲインを用いた場合には、提案法における可調整パラメータの収束速度は遅くなる。しかしながら、DyCEに基づくMRACSは、制御誤差が可調整パラメータの変化率に依存しないことから、提案法における $\gamma$ を大きくすることで制御誤差が改善される。

< 数値実験 (2) >

(2.3.3) 式を用いて、4.2 節と同様に Case 1 から Case 3 の 3 つの数値実験を行った。ここでは、従来法 [33] との比較を行えば良いことから、Scheme 1 との比較のみを行った。Figure 4.11(a) から (c) に数値実験結果を示す。

提案法を用いた場合には、すべてのケースにおいて可調整パラメータの初期値  $\hat{\rho}(0)$  と真値  $\rho^*$  を、適応制御系の安定度が劣化しない領域と等しい領域に拘束できる。この結果、Case 3 では、従来法 [33] と比較して制御誤差の過渡応答および定常特性が改善されていることがわかる。また、Fig. 4.9(a) では、可調整パラメータが適応制御系の安定度が劣化する領域を通過しない分だけ過渡応答が改善されていることがわかる。

< 数値実験 (3) >

適応制御器の可調整パラメータが、入力合成則の安定度が劣化する領域を通過しないことで過渡応答が改善できることを検証するため、相対次数  $n^* = 2$  の場合で数値実験を行った。

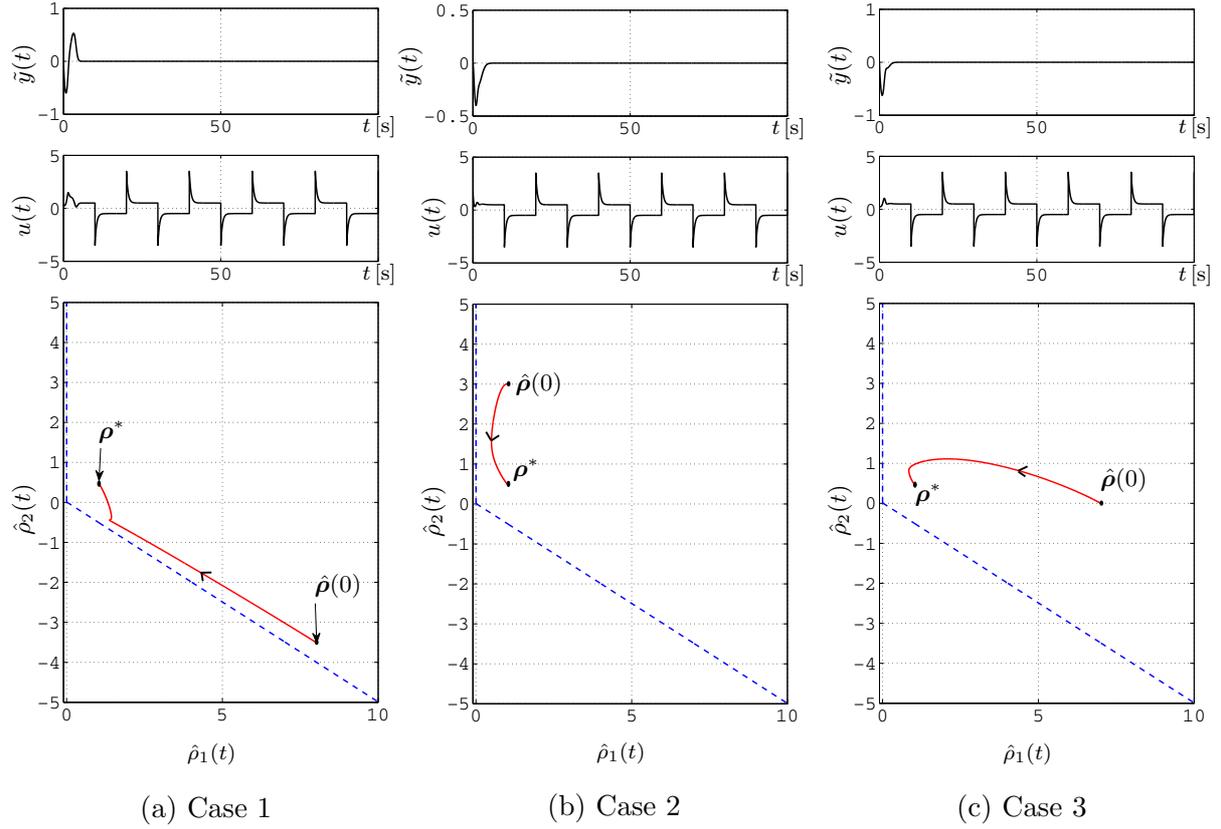


Fig. 4.11: Simulation results based on the proposed method

比較のため，可調整パラメータ  $\hat{\rho}_1(t) > 0$  (制御入力合成時の零割防止) を達成できる従来法 [33] についても数値実験を行った．数値実験は以下の条件で行った．制御対象は，

$$y(t) = \left( \frac{1}{s(s+0.5)} [u] \right) (t) \quad (4.5.1)$$

とし，規範モデルをつぎのように設定した．

$$y_m(t) = \left( \frac{1}{s^2 + 1.6s + 1} [r] \right) (t) \quad (4.5.2)$$

ここに，参照入力  $r(t)$  は，周期 0.05[Hz]，振幅  $\pm 1$  の矩形波を与えた．また，その他のパラメータはつぎのように設定した． $f = 1$ ， $\lambda_0 = 0.01$ ， $\rho = 0.01$ ， $\mathbf{T} = 350\mathbf{I}$  (文献 [33])， $\gamma = 750$  (提案法)， $\hat{\rho}(0) = [7, -6, 2, -1]^T$ ．このとき，DyCE 原理に基づく MRACS による適応制御系のコントローラパラメータの安定度が劣化する領域は，Fig. 4.12 となる (適応制御器の安定度が劣化する領域の導出は付録 F 参照)．この領域に可調整パラメータを拘束することでコントローラの安定化が図られる．なお，可調整パラメータの初期値は，境界付近に設定した．このとき可調整パラメータの真値は  $\rho^* = [1, 1.5, 1.75, -0.75]^T$  となる．また，提案法におけるパラメータの上下限界値は  $[\bar{\alpha}_1, \underline{\alpha}_1] = [0, 100]$ ， $[\bar{\alpha}_2, \underline{\alpha}_2] = [0, 100]$ ， $[\bar{\alpha}_3, \underline{\alpha}_3] = [0, 100]$  および  $[\bar{\alpha}_4, \underline{\alpha}_4] = [-100, 0]$  とした．このとき，(2.3.7) 式の  $\mathbf{T}$  は次式で与えられる．また，法線ベクトルは Fig. 4.12 のように与えられる．

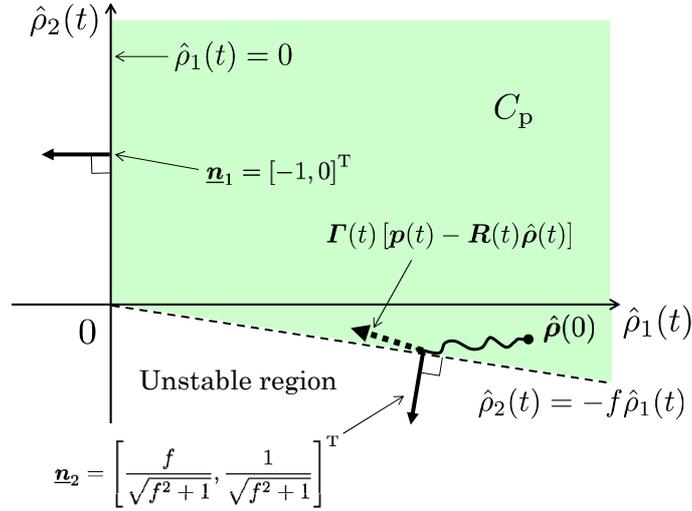


Fig. 4.12: Definition of convex set  $C_p$  and normal vectors

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -f & \sqrt{1+f^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5.3)$$

さらに，過渡応答の評価基準として次式を用いた．

$$e(t) := \left( \frac{1}{t} \int_0^t |y(\sigma) - y_m(\sigma)|^2 d\sigma \right)^{1/2} \quad (4.5.4)$$

Figure 4.13 に従来法 [33] の結果を，Fig. 4.14 に Scheme 1，Fig. 4.15 に Scheme 2 の数値実験結果を示す．上段から制御誤差  $y(t) - y_m(t)$ ，制御入力  $u(t)$ ，正定関数  $V(t)$  の時間応答， $\hat{\rho}_1(t)$  および  $\hat{\rho}_2(t)$  の位相面軌跡を示す．また，Fig. 4.17 に (4.5.4) 式に基づいて過渡応答を評価した結果について示す．

Figure 4.13 より， $\hat{\rho}(t)$  がコントローラの安定度が劣化する領域を通過すると制御入力が過大となり，その結果過渡応答が悪くなっていることがわかる．これに対し提案法では，制御入力が大きくなっていない．なぜなら，可調整パラメータの解軌道がコントローラの安定度を劣化する領域を通過しないからである．提案法において過渡応答が改善できることは，Fig. 4.17 の結果からもわかる．また，Fig. 4.13 と比較して制御誤差の過渡応答も大きくなっていないことがわかる．さらに，Fig. 4.16 から Scheme 2 は Scheme 1 よりもより境界の内側に拘束されていることがわかる．一般論として，Scheme 1，Scheme 2 どちらの制御性能がいいかということまで言及はしていないが，可調整パラメータが凸集合の境界に近づくことを妨げる方法としては Scheme 2 のほうが優れていると考える．

(注意 4-3) アクチュエータとして直流モータに回転負荷がついているシステムは，制御対象の伝達関数が  $b/\{s(s+a)\}$  ( $a > 0, b > 0$ ) と等価なシステムと見なすことができる．このため，可調整パラメータとしては， $a$  と  $b$  を推定する問題を考えればよく，事前情報から  $a$  と  $b$  の存在範囲が示

されているならば強安定化（制御系を安定化する適応制御器自体も安定化）するための必要十分条件は可調整パラメータの1次結合として表すことができる．したがって，2章で提案した高階調整則を用いて，適応制御器と制御系の安定度が劣化する領域に可調整パラメータを進入させないことで過渡応答の改善を図ることができる．

本章で扱った数値実験(3)は，簡単のため，適応制御器の安定度のみを考慮して可調整パラメータを拘束した．このため，2個パラメータのみを拘束すればよかった．しかしながら，閉ループ系の安定度に関して何らかの事前情報が得られているならば，パラメータの個数が増えたとしても2章で提案した高階調整則を活用することができる．

例えば，制御対象と規範モデルが次式で与えられていたとする．

$$y(t) = \left( \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2} [u] \right) (t) \quad (4.5.5)$$

$$y_m(t) = \left( \frac{a_{m2}}{s^2 + a_{m1} s + a_{m2}} [r] \right) (t) \quad (4.5.6)$$

このとき，可調整パラメータの個数は4個パラメータとなる．可調整パラメータを一定値のパラメータに置き換えたときの，適応制御器と閉ループ系の安定化条件（強安定化条件）は，次式が安定根を持つことである．

適応制御器；

$$\hat{\rho}_1(s + f) + \hat{\rho}_2 = 0 \quad (4.5.7)$$

閉ループ系；

$$1 + \frac{\hat{\rho}_3(s + f) + \hat{\rho}_4}{\hat{\rho}_1(s + f) + \hat{\rho}_2} \cdot \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2} = 0 \quad (4.5.8)$$

さらに，(4.5.8)式は以下のように表される．

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_1 s^3 + (\hat{\rho}_1 a_1 + \hat{\rho}_1 f + \hat{\rho}_2) s^2 + \{ \hat{\rho}_1 a_2 + (\hat{\rho}_1 f + \hat{\rho}_2) a_1 + b \hat{\rho}_3 \} s \\ + (\hat{\rho}_1 f + \hat{\rho}_2) a_2 + b(\hat{\rho}_3 f + \hat{\rho}_4) = 0 \end{aligned} \quad (4.5.9)$$

特性多項式である(4.5.9)式は，ラウスの安定判別に基づくパラメータに関して2次の項を含む不等式条件が導出される．しかしながら，少なくとも(4.5.9)式の係数が正という条件は1次不等式として以下のように与えられる．

$$\hat{\rho}_1 > 0 \quad (4.5.10a)$$

$$\hat{\rho}_1 f + \hat{\rho}_2 > 0 \quad (4.5.10b)$$

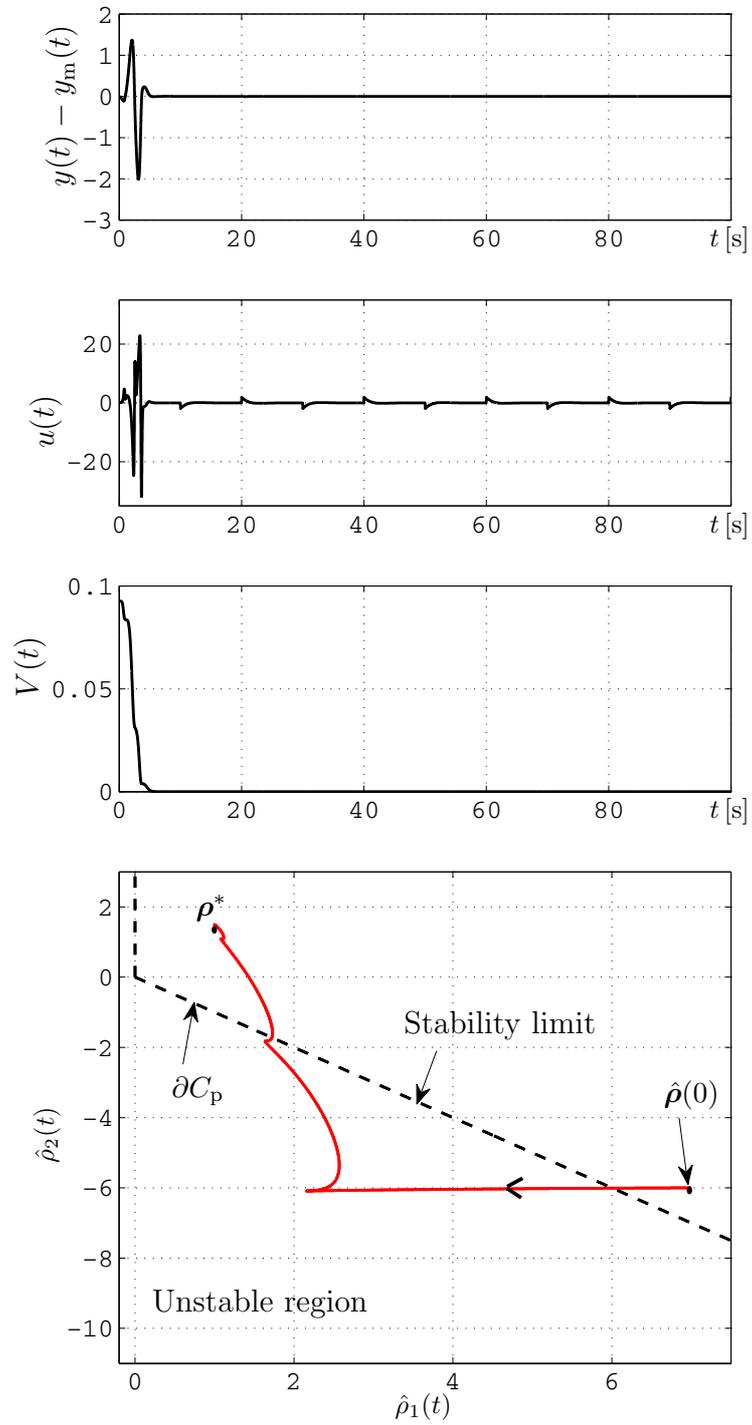
$$\hat{\rho}_1 a_1 + \hat{\rho}_1 f + \hat{\rho}_2 > 0 \quad (4.5.10c)$$

$$\hat{\rho}_1 a_2 + (\hat{\rho}_1 f + \hat{\rho}_2) a_1 + b \hat{\rho}_3 > 0 \quad (4.5.10d)$$

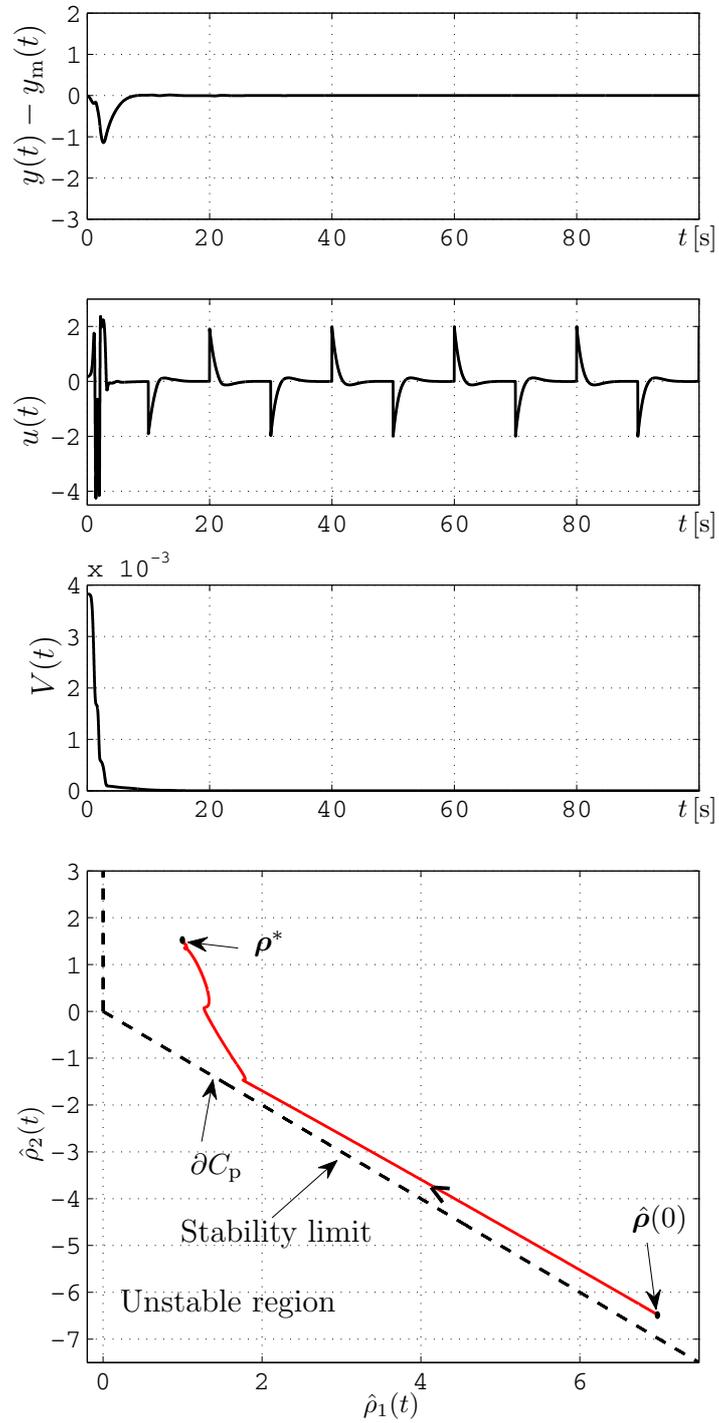
$$(\hat{\rho}_1 f + \hat{\rho}_2) a_2 + b(\hat{\rho}_3 f + \hat{\rho}_4) > 0 \quad (4.5.10e)$$

したがって、閉ループ系の安定度に関して、必要十分条件とまではいえないが、ゆるやかな必要条件領域として上記不等式条件が得られる。この不等式条件が事前情報として得られているならば、提案法を用いることでこの不等式条件を満たす領域に可調整パラメータを拘束することは可能である。

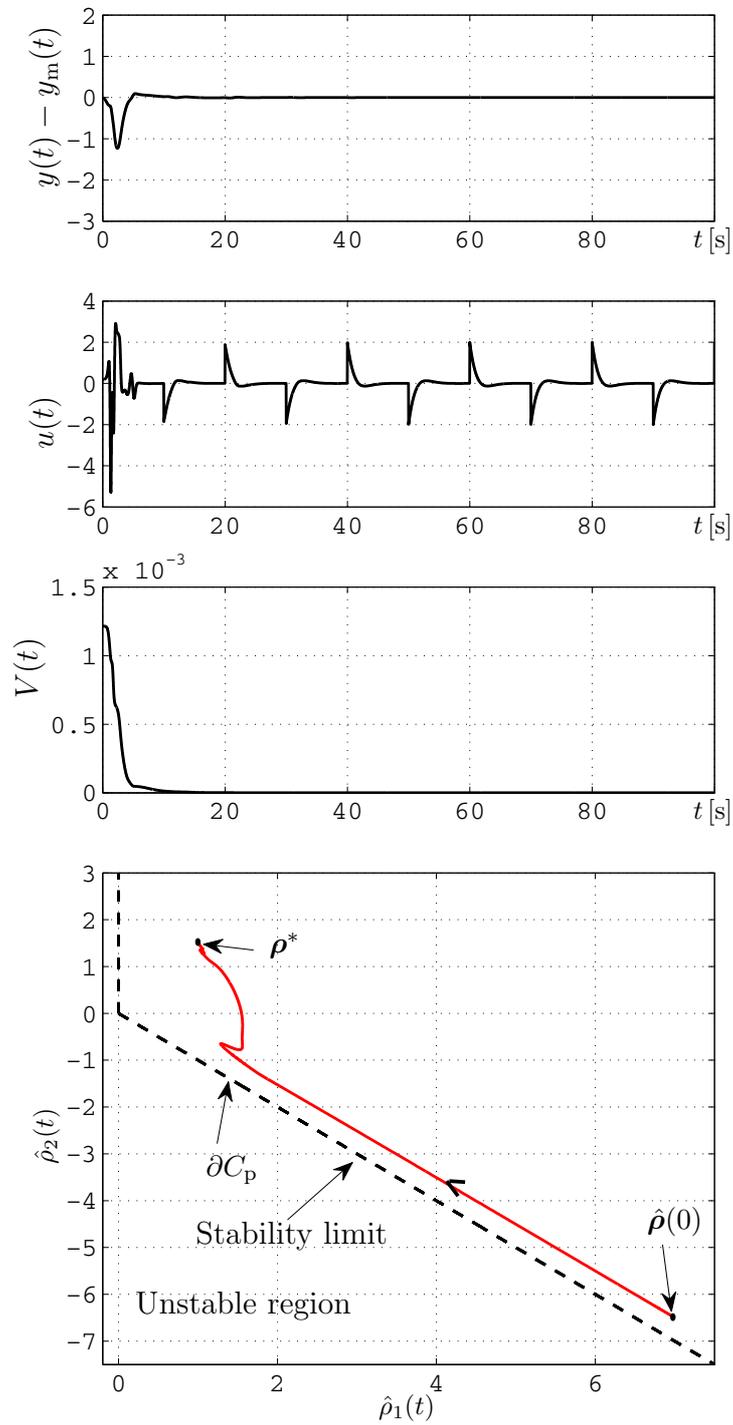
可調整パラメータの個数が増えると（高次のシステムになると）、超平行四辺形領域に拘束可能な高階調整則を用いても、強安定化条件を満足する領域に可調整パラメータを拘束することは難しい。しかしながら、超直方体や超球の内部領域に拘束する従来法よりも強安定化条件に近い領域に可調整パラメータを拘束することが可能である。したがって、すべての条件を満足することはできないが、提案法は従来法よりも強安定化に寄与できるという意味で有用であると考えられる。■



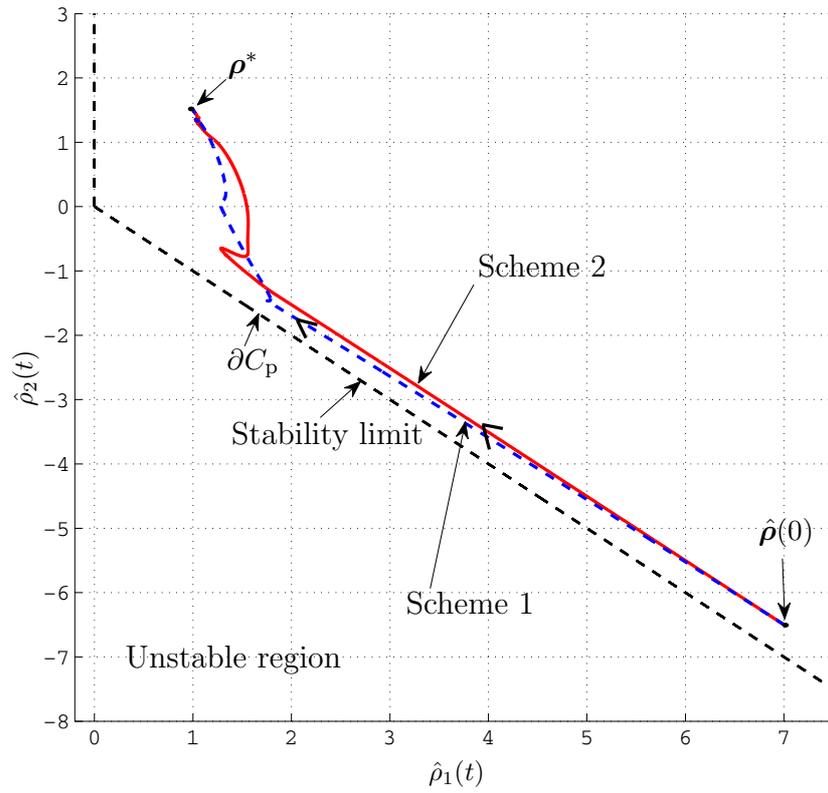
**Fig. 4.13:** Simulation results based on Tanahashi *et al.*'s method [33]



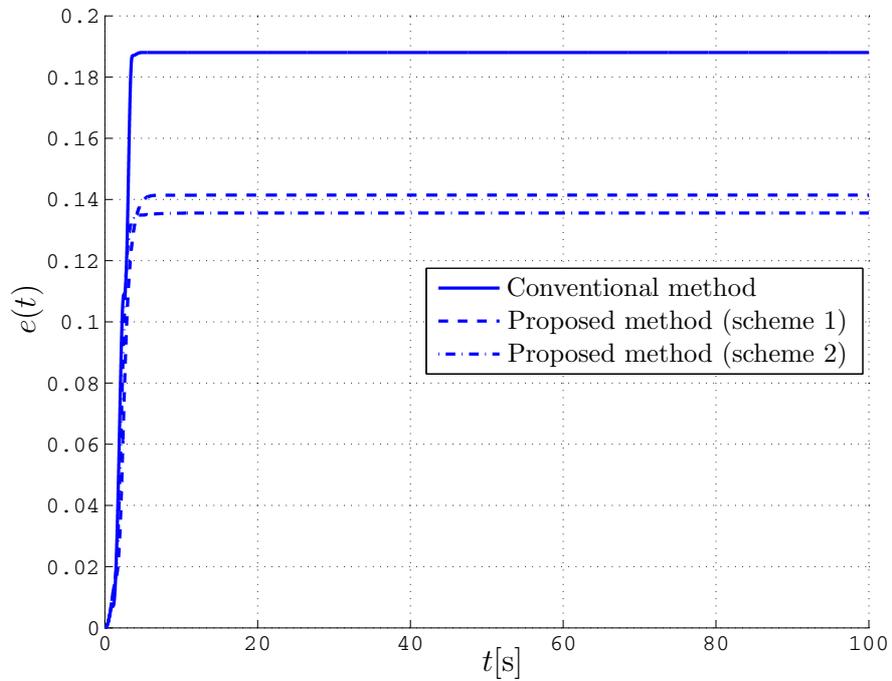
**Fig. 4.14:** Simulation results based on the proposed method (Scheme 1)



**Fig. 4.15:** Simulation results based on the proposed method (Scheme 2)



**Fig. 4.16:** Trajectory of the adjustable parameters of Scheme 1 and Scheme 2



**Fig. 4.17:** Comparison of the transient response of the control error

## 第5章 DyCE原理に基づくロバストMRACSの過渡応答改善への応用

現実の適応制御系では、雑音や外乱の影響を受ける。4章における信号  $\zeta(t)$  が PE でない場合には、雑音が存在すると可調整パラメータはドリフトを生じ、望ましい値を保持することができない。このような場合に有効なのがロバスト適応則である。中でも、 $\rho$  の存在領域が事前情報として利用できる場合には、可調整パラメータをこの領域内に強制的にとどめることによってドリフトを防止できる。これは、射影アルゴリズムで達成される。

可調整パラメータの有界性を保証するだけならば従来の滑らかな射影アルゴリズムを用いても達成できるが、4章で述べた制御性能の劣化を回避し、可調整パラメータのドリフトを防止するためには提案法を用いた方がよい。

そこで本章では、2章で提案した高階調整則がロバスト適応則としても利用できることを DyCE 原理に基づく MRACS の構成法で示す。また、その有効性を簡単な数値実験結果によって示す。

### 5.1 制御対象の表現と問題設定

ここで考える制御系は、Fig.5.1 で示される連続時間一入力一出力線形時不変系とする [53]。

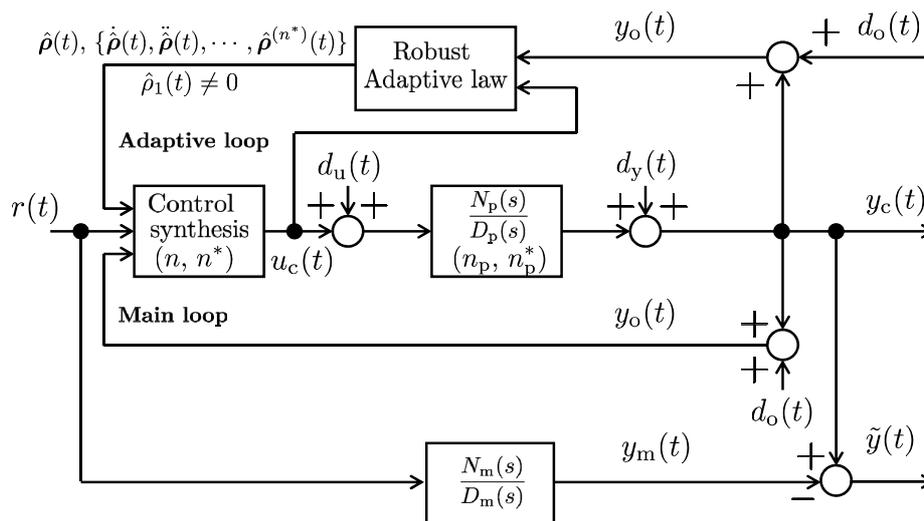


Fig. 5.1: Block diagram of the robust MRACS

ここに、 $r(t)$  は、区分連続かつ有界な参照信号、 $y_m(t)$  は  $y_o$  の目標信号、 $y_c(t)$  は制御量、 $y_o(t)$  は  $y_c(t)$  の測定値、 $u_c(t)$  は制御器出力、 $d_u(t)$  は入力外乱、 $d_y(t)$  は出力外乱、 $d_o(t)$  は観測雑音と

する．また， $N_p(s)/D_p(s)$  は一般性を失うことなく厳密にプロパーとし，その次数および相対次数をそれぞれ  $n_p$  および  $n_p^*$  とする． $n_p$  と  $n_p^*$  の推定値は  $n$ ， $n^*$  とする． $N_m(s)/D_m(s)$  は相対次数が  $n^*$  以上の漸近安定な規範モデル伝達関数である．

【仮定】制御対象は以下の仮定を満足するものとする．

- A1)  $N_p(s), D_p(s)$  は未知
- A2)  $N_p(s)/D_p(s)$  は既約
- A3) 利用可能な信号は  $u_c(t)$  および  $y_o(t)$
- A4)  $d_u(t)$ ， $d_y(t)$  および  $d_o(t)$  は有界で未知な信号
- A5)  $D_p(s)\rho_u^T a(s) + N_p(s)\rho_y^T a(s)$  が安定多項式となる  $\rho := [\rho_u^T, \rho_y^T]^T$  の集合  $\Theta_s$  は空ではない．  
ここに， $a(s) := [(s+f)^{n-1}, (s+f)^{n-2}, \dots, 1]^T$  とする．

A1) は， $N_p(s), D_p(s)$  の次数  $n_p$  および相対次数  $n_p^*$  が未知であることを意味する．A2) は，制御対象の伝達関数  $N_p(s)/D_p(s)$  において不可制御な極や不可観測な極の消去が起こらないことを意味する．A5) は，Fig.5.2 で表されるフィードバック制御系の内部安定性を保証する条件である [53] ．

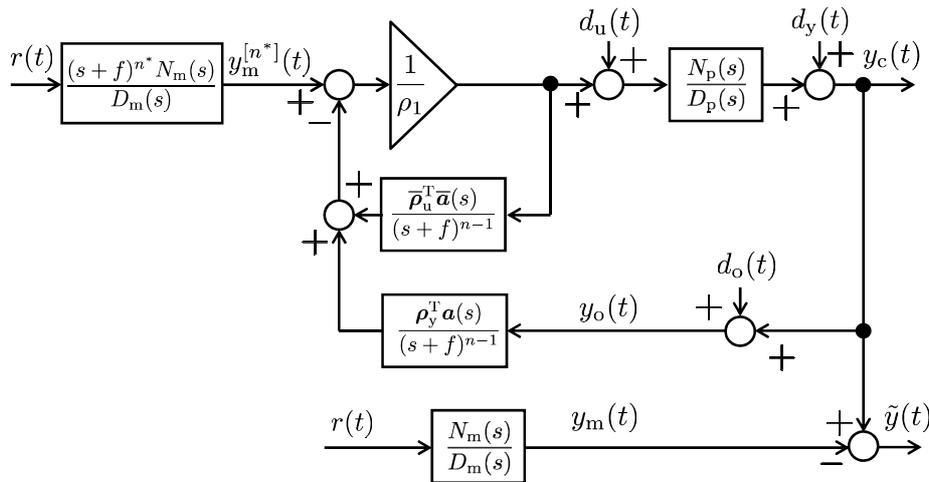


Fig. 5.2: Block diagram of nonideal condition for MRACS based on DyCE principle

A5) を満たさない  $\Theta_s$  の下で制御器パラメータを可調整パラメータに置換して，それをロバスト適応則でどのように調整してもモデル規範制御系が安定になることはない [53] ．

制御器パラメータの最適値を次式で定義する．

$$\rho^* := \operatorname{argmin}_{\rho \in \Theta_s} \sup_t \pi(t) \quad (5.1.1)$$

ここに,

$$\pi(t) := \int_0^t h(t-\sigma) \left( \frac{y_c(\sigma) - y_m(\sigma) - \epsilon(\sigma)}{N(\sigma)} \right)^2 d\sigma \quad (5.1.2)$$

$$N(t) := \{\mu + m(t)\}^{1/2}; \mu > 0 \quad (5.1.3)$$

$$\dot{m}(t) := -f_1 m(t) + f_1 (u_c^2(t) + y_o^2(t)); m(0) \geq 0, f_1 > 0 \quad (5.1.4)$$

このとき  $y_o(t)$  をつぎのようにパラメトライズする.

< 制御対象 >

$$y_o(t) = \zeta^T(t) \rho^* + \eta(t) + \epsilon(t) \quad (5.1.5)$$

ここに,  $\eta(t)$  は,  $y_o(t)$  を  $\zeta^T(t) \rho^*$  で近似したときの残差信号で, 次数, 相対次数のミスマッチに伴うモデル化誤差と  $d_u(t)$ ,  $d_y(t)$ ,  $d_o(t)$  に起因する不確かさを意味する. また,  $\epsilon(t)$  は制御対象の初期値に依存した指数減衰項である.

< 問題設定 >

このような前提のもと, DyCE 原理に基づく適応制御器に対して有界閉領域  $C_p$ ;

$$C_p := \{\hat{\rho}(t) \mid \underline{\alpha}_i < \alpha_i(\hat{\rho}(t)) < \bar{\alpha}_i; i = 1 \sim k, k \leq 2n\} \quad (5.1.6)$$

$$\alpha_i(\hat{\rho}(t)) := \mathbf{m}_i^T \hat{\rho}(t); \mathbf{m}_i := [m_{i,1}, m_{i,2}, \dots, m_{i,2n}]^T \quad (5.1.7)$$

を設計し, 可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  を更新する場合のロバスト MRACS を考える. ここに,  $\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i$  および  $k$  は設計定数であり,  $k$  は自然数,  $\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i$  は  $\bar{\alpha}_i > \underline{\alpha}_i$  を満たす実数,  $m_{i,j}$  は  $(\sum_{j=1}^{2n} |m_{i,j}|^2)^{1/2} = 1$  を満足する実数である. ただし,  $m_i \neq m_j$  ( $i \neq j$ ). ただし, 制御対象の次数が未知であるため, その推定値をもとに拘束領域を設定する.

DyCE 原理に基づくロバスト MRACS の入力合成則として, 次式を定義する.

入力合成則

$$u_c(t) := \frac{y_m^{[n^*]}(t) - \sum_{i=2}^{2n} \zeta_i^{[n^*]}(t) \hat{\rho}_i(t) - f(t)}{\hat{\rho}_1(t)} \quad (5.1.8)$$

ここに, 補助入力  $f(t)$  は以下で定義される.

$$f(t) := \sum_{j=1}^{n^*} n^* C_j \cdot \left( \zeta^{[n^*-j]}(t) \right)^T \hat{\rho}^{(j)}(t) \quad (5.1.9)$$

(5.1.5) 式に対応した推定モデルを

$$\hat{y}(t) := \zeta^T(t) \hat{\rho}(t) \quad (5.1.10)$$

とすると,  $y_m(t)$  は SMC ( Surrogate Model Control ) 則;

$$y_m(t) := \hat{y}(t) \quad (5.1.11)$$

と等価である．このとき，制御誤差は次式で表される．

$$\tilde{y}(t) := y_o(t) - y_m(t) \quad (5.1.12)$$

$$= \zeta^T(t) \tilde{\rho}(t) + \eta(t) + \epsilon(t); \quad \tilde{\rho}(t) := \rho^* - \hat{\rho}(t) \quad (5.1.13)$$

## 5.2 超平行四辺形領域に拘束可能な高階調整則がロバスト適応則として保証する性質

適応則として，2章で提案したつぎの高階調整則を用いる．

高階調整則

$$\dot{\hat{\rho}}(t) := \Gamma(t) [p(t) - R(t)\hat{\rho}(t)]; \quad \hat{\rho}(0) \in C_p \quad (5.2.1)$$

ここに， $\Gamma(t)$  は (2.3.4) 式で定義される．ただし，

$$p(t) := \int_0^t h(t-\sigma) y_N(\sigma) \zeta_N(\sigma) d\sigma \quad (5.2.2)$$

$$R(t) := \int_0^t h(t-\sigma) \zeta_N(\sigma) \zeta_N^T(\sigma) d\sigma \quad (5.2.3)$$

$$h(t) := \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{\lambda_0^{n^*}}{(s + \lambda_0)^{n^*}} \right] \quad (5.2.4)$$

$$y_N(t) := y_o(t)/N(t), \quad \zeta_N(t) := \zeta(t)/N(t) \quad (5.2.5)$$

ここに， $N(t)$  は (5.1.3) 式を用いる．

このとき，以下の補題が成り立つ．

【補題】(5.1.5) 式に対して，凸集合  $C_p$  に可調整パラメータを拘束する (5.2.1) 式の高階調整則からなる適応ループは，以下の性質を満足する．

$$(P1) \quad \hat{\rho}(t) \in C_p \text{ for all } t \geq 0$$

$$(P2) \quad \hat{\rho}(\cdot), \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in L_\infty$$

$$(P3) \quad \sqrt{J(\cdot)/N_0(\cdot)}, \mathbf{R}^T(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot)/N_0(\cdot), \dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in \mathcal{S}(z_N/N_0)$$

$$(P4) \quad \hat{\rho}^T(\cdot)\zeta_N(\cdot) \in \mathcal{S}(z_N/N_0)$$

$$(P5) \quad \hat{\rho}^{(j)}(\cdot) \in L_\infty \quad (j = 2 \sim n^*)$$

ここに，

$$z_N(t) := \int_0^t h(t-\sigma)\eta_N^2(\sigma)d\sigma; \eta_N(t) := \eta(t)/N(t) \quad (5.2.6)$$

$$J(t) := \int_0^t h(t-\sigma) \{y_N(\sigma) - \zeta_N^T(\sigma)\hat{\rho}(t)\}^2 d\sigma \quad (5.2.7)$$

$x \in \mathcal{S}(w)$  は  $x$  が  $w$ -small in the mean square sense であることを意味する．この概念と定義は Ioannou ら (例えば，文献 [31]，p.85) による (付録 G)． $\mathcal{S}(w)$  は Ioannou らによって提案された  $L_2$  信号の拡張概念であり，同様の性質を保持する．

(証明) (5.1.7) 式と (2.3.7) 式より

$$\alpha(\hat{\rho}(t)) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\rho}(t) \quad (5.2.8)$$

ここに， $\alpha(\hat{\rho}(t)) := [\alpha_1(\hat{\rho}(t)), \alpha_2(\hat{\rho}(t)), \dots, \alpha_{2n}(\hat{\rho}(t))]^T$  である．以下では表記を簡便にするために  $\alpha(\hat{\rho}(t))$  を改めて  $\hat{\alpha}(t)$  と表記する．(5.2.8) 式を用いて，(5.2.1) 式の適応則を  $\hat{\alpha}(t)$  で表すと次式が得られる．

$$\dot{\hat{\alpha}}(t) = \frac{\gamma}{N_0(t)} \left[ \begin{array}{c|c} P_k(T\hat{\alpha}) & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & I_{2n-k} \end{array} \right] [\bar{p}(t) - \bar{R}(t)\hat{\alpha}(t)]$$

$$; \hat{\alpha}_i(t) > 0 \quad (i = 1 \sim 2n), \|\hat{\alpha}(0)\| < \infty \quad (5.2.9)$$

ここに， $N_0(t)$  は，(2.3.5) 式におけるその要素  $\Phi(t)$  の引数  $\hat{\rho}(t)$  を  $T\hat{\alpha}(t)$  で置き換えたものである．また， $\bar{p}(t) := \mathbf{T}^T p(t)$ ， $\bar{R}(t) := \mathbf{T}^T R(t) \mathbf{T}$  であり， $p(t)$  と  $R(t)$  は (5.2.2) 式および (5.2.3) 式と同様に定義される．対角行列  $P_k(T\hat{\alpha})$  は次式で表される．

$$P_k(T\hat{\alpha}) = \text{diag}\{\phi_1(T\hat{\alpha}), \phi_2(T\hat{\alpha}), \dots, \phi_k(T\hat{\alpha})\} \quad (5.2.10)$$

$P_k(T\hat{\alpha})$  の要素は次式で表される．

A. Scheme 1

$$\phi_i(T\hat{\alpha}) = \frac{(\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t))(\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i)}{\Delta_i} \quad (5.2.11)$$

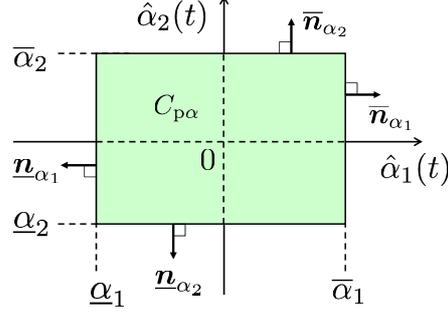


Fig. 5.3: Definition of convex set  $C_{p\alpha}$

B. Scheme 2

$$\phi_i(\mathbf{T}\hat{\alpha}) = \frac{(\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t))^2 (\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i)^2}{\Delta_i^2} \quad (5.2.12)$$

また，凸集合  $C_p$  は，(5.2.8) 式の座標変換によって各軸に平行な辺を持つべきの超直方体領域の内部に写像される．

$$C_{p\alpha} := \{\hat{\alpha}(t) \mid \underline{\alpha}_i < \hat{\alpha}_i(t) < \bar{\alpha}_i; i = 1 \sim k, k \leq 2n\} \quad (5.2.13)$$

例えば， $n = 1, k = 2$  のとき Fig. 5.3 の長方形領域となる．ここで， $\bar{\mathbf{n}}_{\alpha_i}, \underline{\mathbf{n}}_{\alpha_i}$  ( $i = 1, 2$ ) は長方形領域境界の法線ベクトルを表す．

そこで以下では，(P1) から (P5) を直接示す代わりに  $\hat{\alpha}(t)$  空間上で等価な性質を証明する．

(P1) の証明 (5.2.9) 式の高階調整則によって調整される  $\hat{\alpha}(t)$  が  $C_{p\alpha}$  をはみ出さないことを 2 章と同様に示すことができる．

ただし，ノイズなどの影響によりパラメータがドリフトし，可調整パラメータが拘束領域の角に達した場合には，制御対象の特性が変化しても可調整パラメータが更新されない可能性がある．そのような場合には，再度，可調整パラメータの初期値を設定しなおして制御を行う等の対策が必要となる．

(P2) の証明 Scheme 1 および Scheme 2 における適応ループの安定性を示すため， $k = 2n$  に対してそれぞれ以下の正定関数  $V(\hat{\alpha})$  を定義する．

A. Scheme 1

$$\begin{aligned} V(t) := & \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i - \underline{\alpha}_i}{2\gamma} \left[ \frac{\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i}{\alpha_i - \underline{\alpha}_i} - \ln \frac{\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i}{\alpha_i - \underline{\alpha}_i} - 1 \right] \\ & + \sum_{i=1}^k \frac{\bar{\alpha}_i - \alpha_i}{2\gamma} \left[ \frac{\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t)}{\bar{\alpha}_i - \alpha_i} - \ln \frac{\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t)}{\bar{\alpha}_i - \alpha_i} - 1 \right] \\ & + \frac{1}{2N_0(t)} \int_t^\infty \int_0^\tau h(\tau - \sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma d\tau \end{aligned} \quad (5.2.14)$$

ここに,  $\alpha := [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2n}]^T$  は  $\hat{\alpha}(t)$  の最適値を表す .

B. Scheme 2

$$\begin{aligned} V(t) := & \sum_{i=1}^k \frac{1}{2\gamma} \left[ \frac{(\hat{\alpha}_i(t) - v_i)(\hat{\alpha}_i(t) - \alpha_i)}{(\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t))(\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i)} \right. \\ & - \frac{\alpha_i - v_i}{2\Delta_i} \left\{ \ln \frac{\hat{\alpha}_i(t) - \underline{\alpha}_i}{\alpha_i - \underline{\alpha}_i} - \ln \frac{\bar{\alpha}_i - \hat{\alpha}_i(t)}{\bar{\alpha}_i - \alpha_i} \right\} \\ & \left. + \frac{1}{2N_0(t)} \int_t^\infty \int_0^\tau h(\tau - \sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma d\tau \right] \end{aligned} \quad (5.2.15)$$

(5.2.9) 式の解軌道に沿って  $\dot{V}(t)$  を評価すると ,

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{J(t)}{4N_0(t)} + \frac{z_N(t)}{N_0(t)} \quad (5.2.16)$$

を得ることができる (付録 H 参照) .

$\dot{V}(t) \leq 0$  と  $V(t) \geq 0$  および  $\hat{\alpha}(t)$  が有限なので,  $\hat{\alpha}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる . また,  $V(t)$  は一定値に収束する . この結果と (5.2.9) 式より  $\dot{\hat{\alpha}}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる . よって (5.2.8) 式から (P2) がいえる .

(P3) の証明 (5.2.16) 式の両辺を積分すると

$$\int_{t_0}^t \dot{V}(\sigma) d\sigma \leq -\int_{t_0}^t \frac{J(\sigma)}{4N_0(\sigma)} d\sigma + \int_{t_0}^t \frac{z_N(\sigma)}{N_0(\sigma)} d\sigma \quad (5.2.17)$$

上式より, つぎの関係が成り立つ .

$$\int_{t_0}^t \frac{J(\sigma)}{4N_0(\sigma)} d\sigma \leq V(t_0) - V(t) + \int_{t_0}^t \frac{z_N(\sigma)}{N_0(\sigma)} d\sigma \quad (5.2.18)$$

ここで,

$$\mathcal{S}(w) = \left\{ x, w \left| \int_t^{t+T} x^T(\tau) x(\tau) d\tau \leq c_0 \int_t^{t+T} w(\tau) d\tau + c_1, \forall t, T \geq 0 \right. \right\} \quad (5.2.19)$$

$c_0, c_1 > 0$  の定義より,  $\sqrt{J(\cdot)/N_0(\cdot)} \in \mathcal{S}(z_N/N_0)$  がいえる . この結果と (5.2.3) 式および (5.2.7) 式より  $R^{1/2}(\cdot)T(\alpha - \hat{\alpha}(\cdot))/N_0^{1/2}(\cdot) \in \mathcal{S}(z_N/N_0)$  がいえる . よって (5.2.9) 式から  $\dot{\hat{\alpha}}(\cdot) \in \mathcal{S}(z_N/N_0)$  がいえる . ゆえに (5.2.8) 式から (P3) がいえる .

(P4) の証明 文献 [28, 33] と同様の手法で示すことができる .

(P5) の証明 (P1) の結果と (5.2.1), (5.2.8) および (5.2.9) 式から, 数学的帰納法により示すことができる . 細部の証明は, 文献 [28, 33] 参照 . Q.E.D.

(注意 5-1) ここでは, 提案する高階調整則がロバスト適応則としても利用できることを示した . ロバスト MRACS の閉ループ系が安定となる条件は, 文献 [31](pp. 634–773) の射影アルゴリズムに対する解析と同様な手法で導くことができる . ■

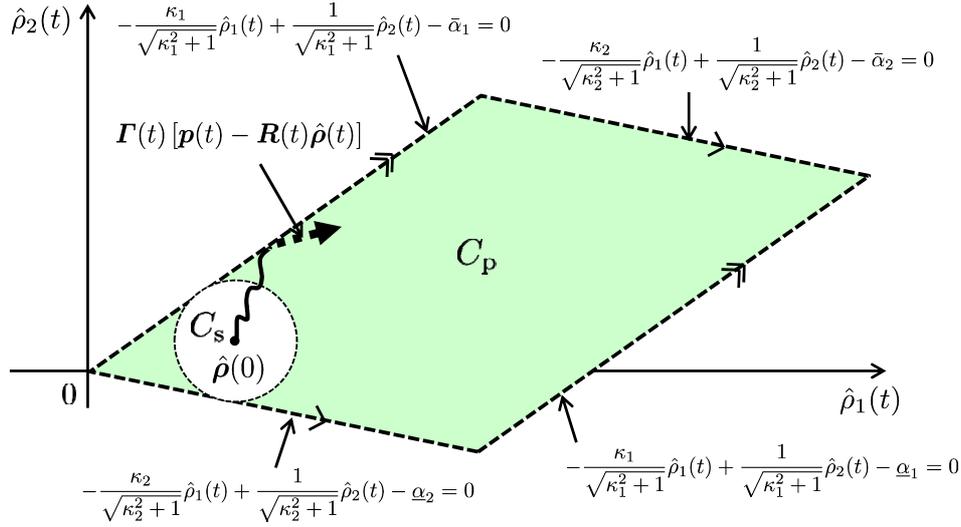


Fig. 5.4: Definition of convex set  $C_P$ ,  $C_S$  and normal vectors

### 5.3 数値実験

提案法がロバスト適応則として機能することを検証するため、可調整パラメータ  $\hat{\rho}(t)$  を Fig. 5.4 の内部領域に拘束した。Scheme 1 および Scheme 2 の数値実験を以下の条件で行った。制御対象は

$$\frac{N_p(s)}{D_p(s)} = \frac{1}{s + 0.5} \quad (5.3.1)$$

とした。また、参照モデルを

$$\frac{N_m(s)}{D_m(s)} = \frac{2}{s + 2} \quad (5.3.2)$$

とした。ここに、参照入力  $r(t)$  は、周期 100 [sec]、 $\pm 1$  ののこぎり波を与えた。また、その他のパラメータはつぎのように設定した。

$$n = n^* = 1, f = 1, \lambda_0 = 0.1, \mu_0 = 0.1, \mu = 0.5, m(0) = 0.05, f_1 = 1, \hat{\rho}(0) = [9, -3.4]^T, \\ \gamma = 300$$

また、観測雑音  $d_o(t)$  は、周期 1[sec]、振幅：0.05 の正弦波を与えた。さらに、安定余裕を考慮し  $\kappa_2 = -0.4, \kappa_1 = 0.8$  とした。それぞれの上下限値は  $\bar{\alpha}_1 = 0, \underline{\alpha}_1 = -20, \bar{\alpha}_2 = 20, \underline{\alpha}_2 = 0$  とした。このとき、(2.3.7) 式の  $T$  は次式で与えられる。

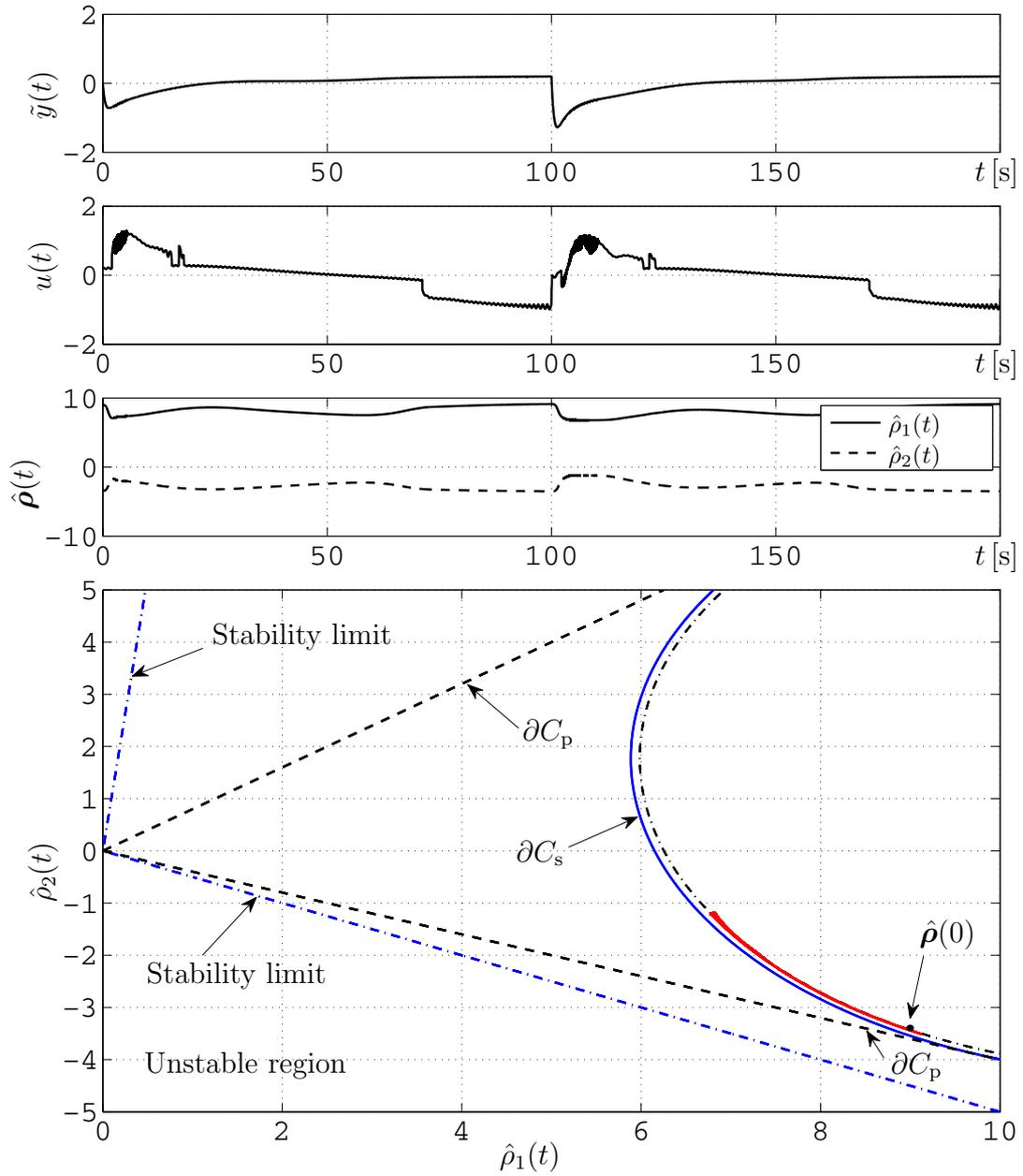
$$T = \frac{1}{-\kappa_1 + \kappa_2} \begin{bmatrix} \sqrt{\kappa_1^2 + 1} & -\sqrt{\kappa_2^2 + 1} \\ \kappa_2 \sqrt{\kappa_1^2 + 1} & -\kappa_1 \sqrt{\kappa_2^2 + 1} \end{bmatrix} \quad (5.3.3)$$

比較のため、Z. Cai らの方法 [44] でも同様の数値実験を行った。Z. Cai らの設定パラメータは、2章の (2.3.3) 式において  $\rho_0 = 0.2, \varepsilon = 0.1, \delta = 0.1$  とした。

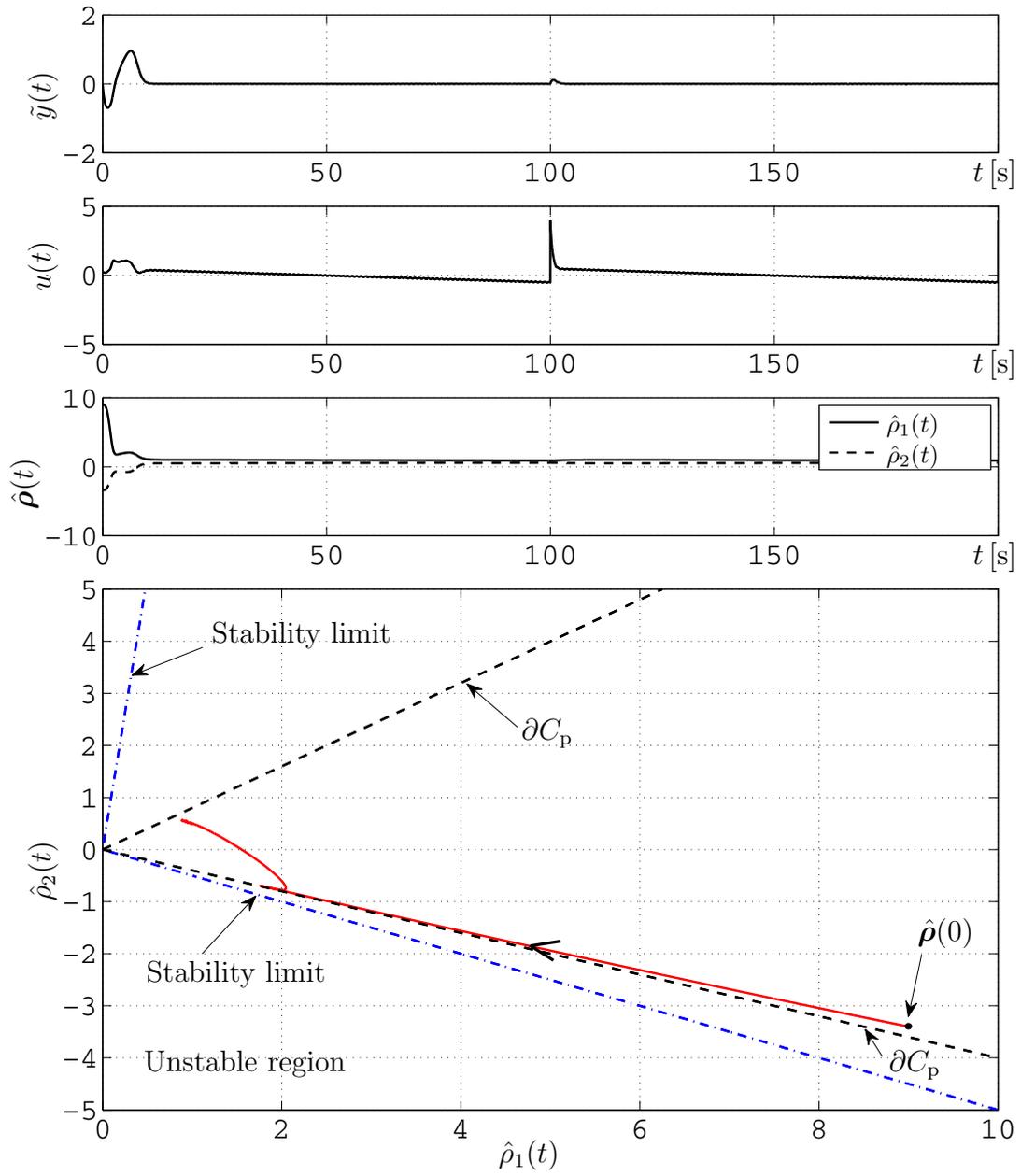
(注意 5-2) Z. Cai らの方法 [44] では、拘束する超球の中心は原点であるが、座標変換を用いることにより任意の座標に設定することが可能である。ここでは、中心座標を (11.985, 1.776) とした。

Figure 5.5 に Z. Cai らの方法を, Fig. 5.6 に Scheme 1, Fig. 5.7 に Scheme 2 の数値実験結果を示す. 上段から  $\tilde{y}(t)$ ,  $u_c(t)$ ,  $\hat{\rho}(t)$  の時間応答および  $\hat{\rho}(t)$  の位相面軌跡を示す. 提案する 2 つの構成法ともに  $\hat{\rho}(t) \in C_p$  が達成されていることがわかる.

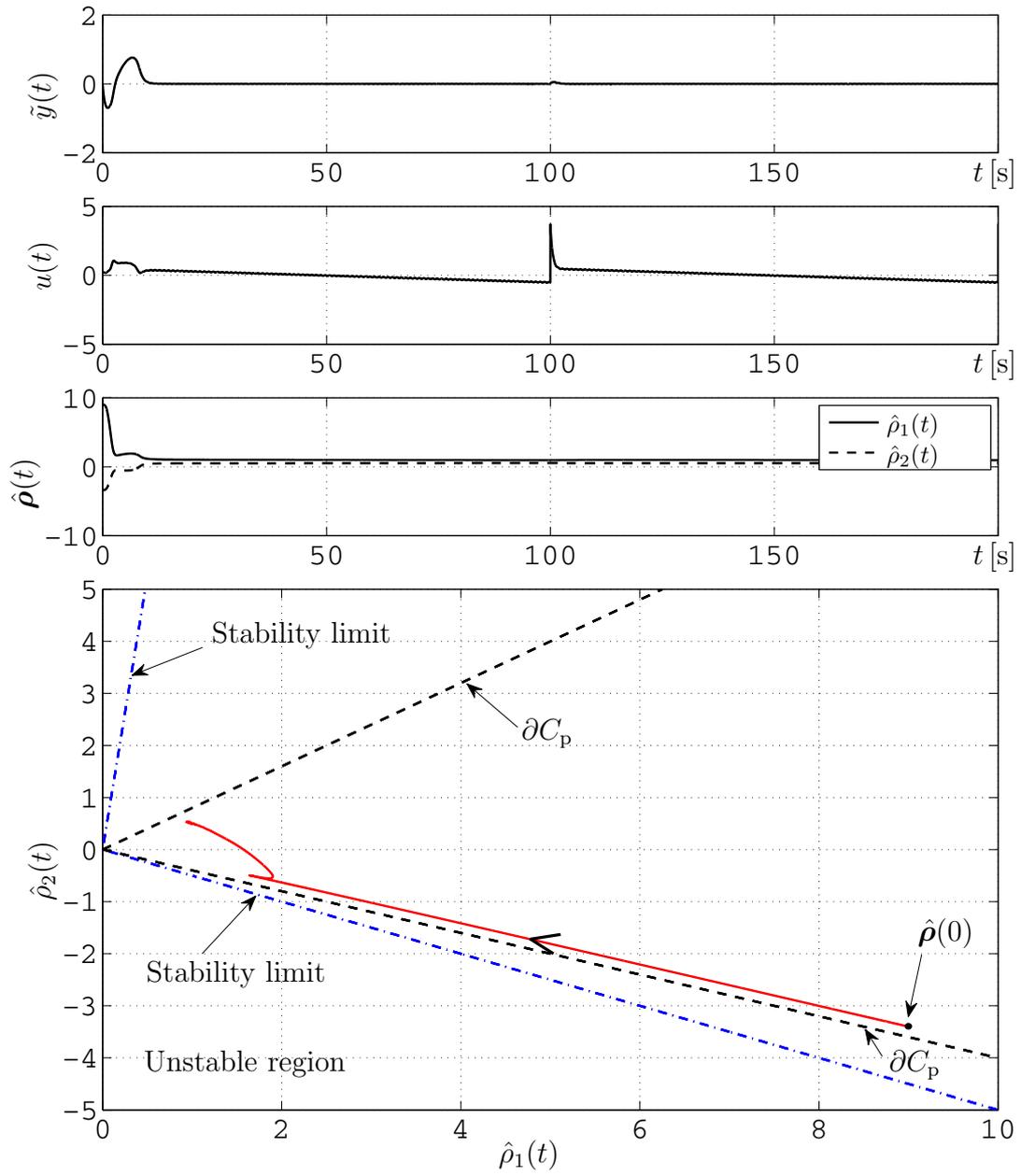
Z. Cai らの方法を用いても平行四辺形領域の内部に拘束することはできるが, その領域はもとの集合の部分集合となる. また, 内接する円の設定に試行錯誤を必要とする. このため, 数値例のように制御入力が振動的になる場合が生じる. 一方, 提案法はパラメータ探索領域が広いので, この場合には Z. Cai らの方法に比べて制御性能が良い結果を得た.



**Fig. 5.5:** Simulation results of Z. Cai [44]



**Fig. 5.6:** Simulation results of Scheme 1



**Fig. 5.7:** Simulation results of Scheme 2

## 第6章 計算トルク法に基づく2自由度柔軟リンクロボットアームの新たな位置制御法の提案と適応同定法への応用

柔軟リンクロボットアームの位置制御は、剛体リンクロボットアームの場合とは異なり、一般に、リンク角誤差を減少させる制御とたわみ角抑制制御はトレードオフの関係にあるため、これらを考慮した制御法の設計は容易ではない[54]。剛体リンクロボットアームの制御は、制御対象のモデル情報を必要とせずにロボットアームの受動性だけを活用した位置制御法[3]や、モデル情報を活用し、高速動作時の非線形項（慣性力、遠心力・コリオリ力に起因するトルク）を補償する計算トルク法[3, 13, 14]や受動性に基づく Slotine と Li の方法[5, 6, 19]などさまざまな軌道制御法が提案されている。計算トルク法や Slotine と Li の方法は位置制御法としても利用可能である。しかしながら、これらの方法はロボットアームにたわみが発生すると十分な制御性能が得られず、場合によっては制御系の安定性が保証できない。特に、柔軟リンクロボットアームを高速に動作させる場合には、たわみが大きく生じる。このため、たわみを速やかに抑制する制御系の構成は困難である。

そこで本章では、初めに、よく知られた計算トルク法に基づく柔軟リンクロボットアームの位置制御法を提案する。次いで、提案法がモデルベース制御であることを考慮し、モデル化誤差を考慮した構成法に拡張する。その際、2章で提案した高階調整則を用いてコントローラパラメータの閉ループ同定を行い、そこで得られた結果をもとに所望の位置制御が達成できることを示す。さらに、教育用実験器材[55]を用いてその有効性を検証する。

## 6.1 はじめに

柔軟リンクロボットアームの制御法は、後述する方法も併せて、これまでにさまざまな構成法が提案されている（例えば、文献 [56, 57, 58, 59, 60]）。その構成法は、線形制御法を適用する方法（例えば、文献 [61, 62, 63]）、非線形性を考慮したスライディングモード制御法（例えば、文献 [65, 66, 67, 68, 69]）および PDS (Proportional Differential Strain) 制御法（例えば、文献 [70, 71, 72]）のように大別される。また、制御器の構成にモデル情報を用いるのかどうかでも区分することができる [73]。線形制御法は、動作範囲に制約を受けるがその構造が簡単である。中でも、リンクを高速に動作させる方法 [74, 75] が提案されている。この方法は制御対象の特性を繰り返し学習することによってモデル化誤差を小さくし、位置制御を達成する方法である。ただし、この方法は制御系の安定性が明確ではない。スライディングモード制御法は、切替入力に起因するチャタリングを抑制する対策（例えば、文献 [69]）が必要となるが、たわみを抑制することができる。PDS 制御法は関節の変異、速度のフィードバックにアームの根元のひずみ情報を加えた単純な制御則であり、制御系設計にシステムのモデルや物理パラメータを必要としない。また、PD 制御に比べるとひずみ情報を使用することでかなり応答が改善される。しかしながら、フィードバック情報にかかる係数ゲインの決定に試行錯誤を要し、その方針も明確ではない。また、リンクを高速に動作させた場合には、残留振動が生じる。従来法は、どれも一長一短はあるもののたわみを抑制しつつ位置制御ができる有用な方法である。

しかしながら、柔軟リンクロボットアームのための制御法は、計算トルク法や受動性に基づく Slotine と Li の方法など剛体リンクロボットアームのためのよく知られた制御法とはかなり異なる制御法の導入を必要とする。例えば、部分空間制御法を用いた計算トルク法の構成法 [76] では、剛体リンクロボットアームの計算トルク法とは異なる制御手法を必要とする。また、1リンクの柔軟リンクロボットアームに対して計算トルク法に基づく構成法 [77] が提案されているが、2リンクへの拡張およびたわみがどの程度抑制されるかが明瞭ではない。このため、たわみの有無に関わらず、従来によく知られた方法の枠組みで制御系の構成を論ずることができない。そこで、我々のグループは制御対象の特性が既知な場合に、計算トルク法に基づく柔軟リンクロボットアームの位置制御法 [64] を提案し、安定性を考察した [78]。提案法は従来法と比較して、(i) 計算トルク法に基づく構成法であることから、剛体リンクのときと同様にリンク角、たわみ角に関する PD ゲインを設計できる、(ii) 計算量は増加するものの、慣性力、遠心力・コリオリ力に起因する非線形項を補償できるため、リンクを高速に動作させることができる、(iii) たわみ角の動作範囲に制約はあるが、リンク角の動作範囲に制約はないなどの特長を有する。しかしながら、文献 [64] の方法はモデルベース制御であるため、モデル化誤差が存在すると制御系の漸近安定性はもはや保証されない。

そこで本章では、モデル化誤差に対してロバストな位置制御法に関する検討を行う。

なお、モデル化誤差対策には、リアプノフの方法によるロバスト制御法（例えば、文献 [3], pp. 144–158）がよく知られているが、柔軟リンクロボットアームでは、計算トルク法に基づく誤差方程式において、リンク角とたわみ角が相互に干渉し、終局的有界性を達成する補助入力を作成す

ることができない．そこで，本章では，パラメータによるモデル化誤差を小さくするため，パラメータを同定する．その際，ロボットアームの可動範囲を考慮し，適応同定を行う．次節では，まず，ここで扱う制御対象について述べる．

(注意 6-1) モデル化誤差には，(i) 実プラントのパラメータが不正確であることにより生じる構造的な不確かさと，(ii) モデルの低次元化やモデルの線形化などにより生じる非構造的な不確かさがある．ここでは，2章の考え方をもとに適応同定によりパラメータの不確かさへの対策を行う．非構造的な不確かさについては，ロバスト安定などの対策（例えば，文献 [3]，pp. 194–214）を別途検討する必要があるものとする． ■

## 6.2 制御対象の数学モデル

制御対象は Fig.6.1 のような柔軟リンクで構成される水平 2 自由度のロボットアームとする．先

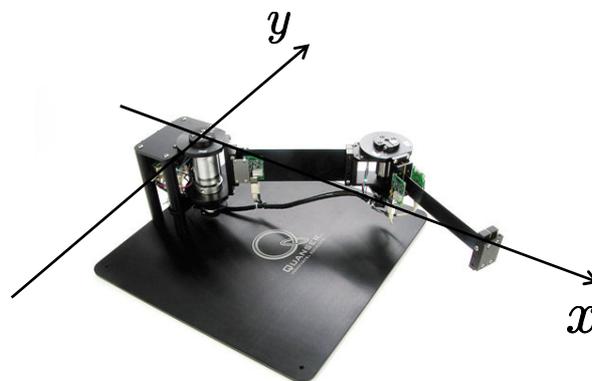


Fig. 6.1: Appearance of 2 DOF flexible link robot arm [55]

端には十分に質点と見なせる負荷がついているものとする．台座に対して 2 つのリンクがまっすぐ伸びた方向を  $x$  軸とし，それに直交する方向に  $y$  軸をとる．この絶対座標系に対して，関節角  $\theta := [\theta_1, \theta_2]^T$  [rad] およびたわみ角  $q := [q_1, q_2]^T$  [rad] を Fig.6.2 のように定義する．ここに，破線は各リンクの根元および先端の接線を表す．また，各リンクの根元の DC モータで発生するトルクを  $\tau := [\tau_1, \tau_2]^T$  [Nm] とする．

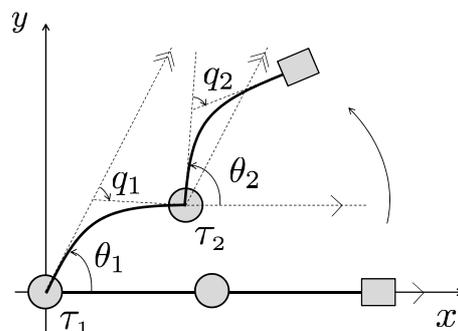


Fig. 6.2: Definition of  $q_i$  and  $\theta_i$  ( $i = 1, 2$ )

ここで，制御対象に以下の仮定を設ける．

**【仮定】**

- A1) リンク角度・リンク角速度およびたわみ角・たわみ角速度は利用可能
- A2) リンクの変形は一次の曲げモードが支配的で，それ以上の高次モードは無視できるものとする．また，リンク方向に伸縮しない．
- A3) リンクの運動は水平方向だけで，重力の影響を受けない．

A1) は，例えばロータリーエンコーダやひずみゲージなどのセンサ情報によって  $\theta, q, \dot{\theta}, \dot{q}$  が利用できる環境にあることを表す．A2) は，柔軟リンクロボットアームがある程度の剛性を有しているが，高次のモードが励起されるようなアームではないか，または，そのような高次モードが励起される動作をさせないことを意味する．A2) および A3) の仮定に基づいた運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを付録 I に示す．ここでは，2 章の高階調整則を活用するため最も簡単な例である水平 2 自由度のロボットアームを考えた．このため，一般に重力補償を考慮しなくてもよい水平ロボットアームとした．しかしながら，ロボット一般の見通しとしては，具体的に検討を行ってはいないものの，剛体リンクロボットアームと同様にモデリングすることで重力の影響を考慮した構成は可能と考える．

水平 2 自由度の柔軟リンクロボットアームの運動方程式は，総運動エネルギー  $T$  および総ポテンシャルエネルギー  $U$  ( $T, U$  の導出は付録 I 参照) によって求められるラグランジュ関数  $L = T - U$  をラグランジュ方程式；

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta} \right)^T = \tau - B_1 \dot{\theta} \quad (6.2.1)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial q} \right)^T = -B_2 \dot{q} \quad (6.2.2)$$

に代入して整理することにより，以下の形式で表される [64] ．

$$M_{11} \ddot{\theta} + M_{12} \ddot{q} + C_{11} \dot{\theta} + C_{12} \dot{q} + B_1 \dot{\theta} = \tau \quad (6.2.3)$$

$$M_{12}^T \ddot{\theta} + M_{22} \ddot{q} + C_{21} \dot{\theta} + C_{22} \dot{q} + \Lambda(q) + B_2 \dot{q} = 0 \quad (6.2.4)$$

ここに， $M_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) は  $\theta, q$  を， $C_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) は  $\theta, q, \dot{\theta}, \dot{q}$  を変数とする非線形関数を行列要素に持つ． $\Lambda(q)$  は  $q$  を変数とする非線形関数からなるベクトルである．また， $B_i$  ( $i = 1, 2$ ) は定数行列である (付録 J 参照)．(6.2.3)，(6.2.4) 式の左辺の  $M_{11} \ddot{\theta}$ ， $M_{12} \ddot{q}$ ， $M_{12}^T \ddot{\theta}$  および  $M_{22} \ddot{q}$  と  $C_{11} \dot{\theta}$ ， $C_{12} \dot{q}$ ， $C_{21} \dot{\theta}$  および  $C_{22} \dot{q}$  はそれぞれ慣性力と遠心力・コリオリ力に起因するトルクである．また， $B_1 \dot{\theta}$ ， $B_2 \dot{q}$  は粘性摩擦に起因するトルクを， $\Lambda(q)$  は弾性力に起因するトルクを表す． $M_{11}$ ， $M_{22}$  は対称かつ正定な行列である．

(6.2.3)，(6.2.4) 式は，適当なパラメータ  $\rho := [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{14}]^T$  が存在して，左辺は  $\rho$  に関して

線形表現ができる．

$$A_1 \rho = \tau \quad (6.2.5)$$

$$A_2 \rho = 0 \quad (6.2.6)$$

ここに， $A_1, A_2$  は  $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, q, \dot{q}$  および  $\ddot{q}$  の要素を変数とする非線形関数からなる行列である．ここでは  $\rho$  を付録 K のように定義する．このとき，このような  $\rho$  に対して  $A_1, A_2$  は一意に定まる（付録 L 参照）．また， $|q_i| \leq 5[\text{deg}] (i = 1, 2)$  で  $\Lambda(q) := [\rho_9(8 \cos \frac{2}{3} q_1 + 12 \sec^2 q_1)(\sin \frac{2}{3} q_1 + \tan q_1), \rho_{10}(\frac{4}{3} \sec^2 q_2 \tan q_2)]^T$  は  $q$  に関して線形とみなすことができる．

< 制御目的 >

ここで考える制御目的は，

- (O1)  $\tilde{\theta} (= \theta - \theta^*; \theta^*$  は目標値)， $q, \dot{\theta}, \dot{q}$  を用いて漸近安定な位置制御系を構成する．
- (O2) その際，制御仕様に応じて，リンク角の立ち上がり時間，最大行き過ぎ量，整定時間を規定し，リンク角度を目標角度に追従させる．また，リンク角の整定時間以内でたわみ角を指定した角度以内に抑制させることである．

実験例（Fig.6.3 ～ Fig.6.5）を用いて制御目的を説明する．

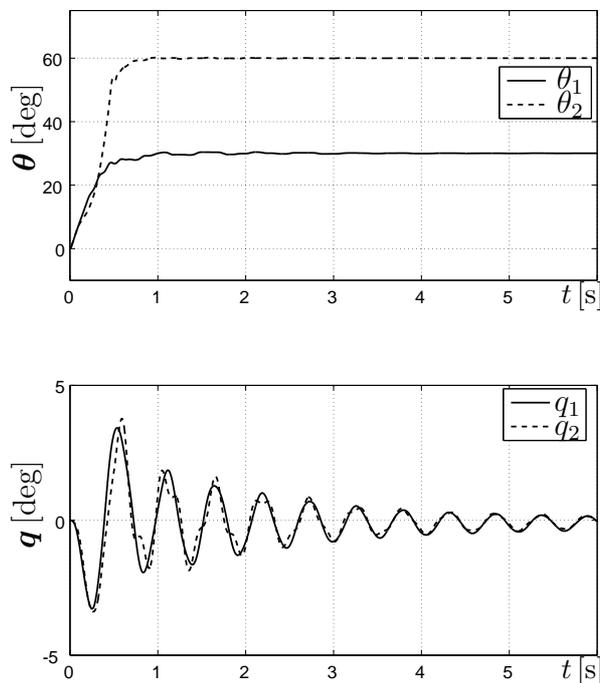
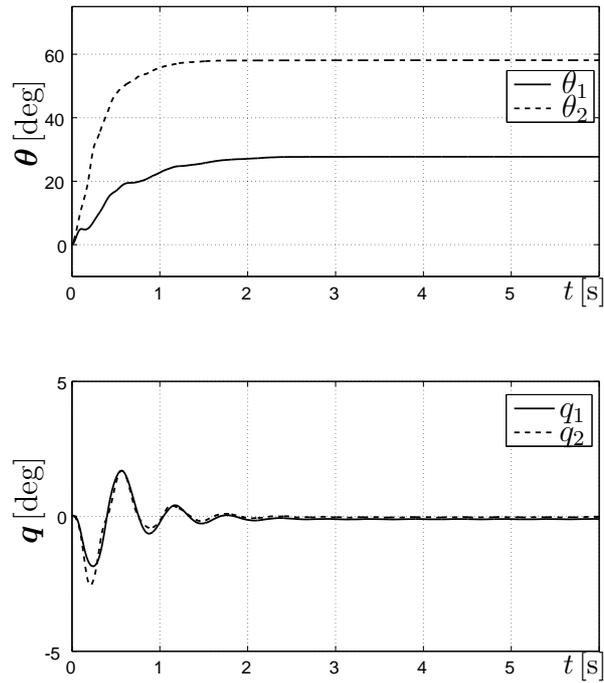
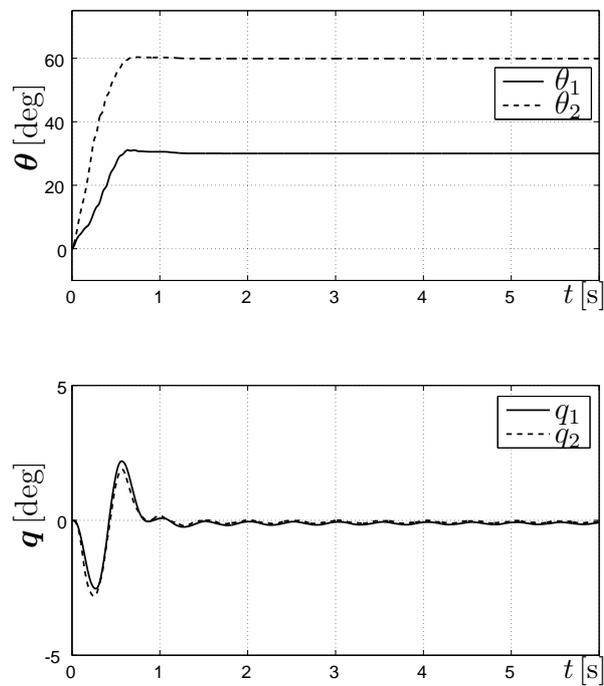


Fig. 6.3: Experimental results of PD control ( $\theta, \dot{\theta}$ )

Figure 6.3 ～ Fig.6.5 は，柔軟リンクロボットアームの位置制御に関する実験結果の一例を表



**Fig. 6.4:** Experimental results of PD control (Low gain feedback)



**Fig. 6.5:** Experimental results of a desired response of  $\theta$ ,  $q$ ,  $\dot{\theta}$  and  $\dot{q}$

す．リンクの目標角度は  $\theta^* = [30, 60]^T$  [deg] とした．それぞれ上段がリンク角度，下段がたわみ角度を表している．Fig.6.3 および Fig.6.4 はリンク角とその速度だけで PD 制御を行った例である．Fig.6.5 は後述する提案法を用いた結果である．

Figure 6.3 は PD ゲインを適切に設定することでリンク角度が速やかに目標角度に達しているがリンクは大きく振動し続けている．Fig.6.4 はこの振動を抑えるため PD ゲインを小さくした例である．たわみ角は小さくなるがリンク角が所望の角度に到達するまでに時間を要し，これでは非効率と考えられる．また，リンクを高速に動作させつつ，たわみも抑制したいという制御目的を満たさない．Fig.6.5 は，立ち上がり時間を 0.7 秒以内，最大行き過ぎ量を 1[deg]，整定時間を 1 秒と指定して，たわみ角を  $|q_i| < 0.5$  [deg] ( $i = 1, 2$ ) に抑制した例である．(O2) はこのような応答を要求している．Fig.6.5 のような応答を要求することは，高速に動作させる場合の制御系の過渡応答に制約を課すことである．

高速でロボットアームを動かすためには，その時に生じる慣性力項，遠心力・コリオリ力項を補償する必要がある．そこで次節では剛体リンクロボットアームの制御でもよく知られている計算トルク法を柔軟リンクロボットアームの位置制御に適用する方法を提案する．

### 6.3 制御対象の特性が既知な場合の位置制御法の提案

つぎの制御則を満足する  $\tau_c(\rho)$  に対して， $\tau = \tau_c(\rho)$  とする制御法を提案する．

制御器

$$\tau_{cf}(\rho) := W(Q_1\beta_{1f} + M_0^T Q_2\beta_{2f}) \quad (6.3.1)$$

$$W := (Q_1 + M_0^T Q_2 M_0)^{-1} \quad (6.3.2)$$

(6.3.1) 式は次式と等価である．

$$\tau_{cf}(\rho) := WQ_1\beta_{1f} + WM_0^T Q_2 M_0 M_0^{-1} \beta_{2f} \quad (6.3.3)$$

ここに， $\beta_{1f}$  はリンク角誤差を零収束させる入力であり， $M_0^{-1}\beta_{2f}$  はたわみ角を零収束させる入力である． $WQ_1$  および  $WM_0^T Q_2 M_0$  は， $\beta_{1f}$  と  $M_0^{-1}\beta_{2f}$  のそれぞれの入力配分を決める重みであり， $Q_1, Q_2$  は  $Q_1 := \tilde{M}^{-1}\Omega_1\tilde{M}^{-1}$ ， $Q_2 := M_{22}^{-1}\Omega_2 M_{22}^{-1}$  ( $\Omega_1, \Omega_2$  は正定な対角行列) である． $\beta_{1f}, \beta_{2f}$  は， $\beta_1, \beta_2$  を  $1/(s+f)$ ;  $f > 0$  のフィルタに通した信号である．また， $\tilde{M}, M_0, \beta_1$  および  $\beta_2$  は以下で定義される．

$$\tilde{M} := M_{11} - M_{12}M_{22}^{-1}M_{12}^T \quad (6.3.4)$$

$$M_0 := M_{12}^T \tilde{M}^{-1} \quad (6.3.5)$$

$$\beta_1 := \beta_{11} + \tilde{M}(\ddot{\theta}^* - K_D\dot{\theta} - K_P\theta) - \dot{\tilde{M}}e_{1f} \quad (6.3.6)$$

$$\beta_{11} := (C_{11} - M_{12}M_{22}^{-1}C_{21} + B_1)\dot{\theta} + \{C_{12} - M_{12}M_{22}^{-1}(C_{22} + B_2)\}\dot{q}$$

$$-M_{12}M_{22}^{-1}\Lambda(q) \quad (6.3.7)$$

$$e_1 := \ddot{\theta} + K_D\dot{\theta} + K_P\tilde{\theta} \quad (6.3.8)$$

$$\beta_2 := \beta_{21} + \dot{M}_0\tau_{cf}(\rho) + \dot{M}_{22}e_{2f} + M_{22}(F_D\dot{q} + F_Pq) \quad (6.3.9)$$

$$\beta_{21} := -(C_{22} + B_2)\dot{q} - \Lambda(q) - C_{21}\dot{\theta} + M_0\beta_{11} \quad (6.3.10)$$

$$e_2 := \ddot{q} + F_D\dot{q} + F_Pq \quad (6.3.11)$$

$K_P$  ( $:= \text{diag}\{k_{p1}, k_{p2}\} > 0$ ),  $K_D$  ( $:= \text{diag}\{k_{d1}, k_{d2}\} > 0$ ) はリンク角誤差方程式の PD ゲインを, また,  $F_P$  ( $:= \text{diag}\{f_{p1}, f_{p2}\} > 0$ ),  $F_D$  ( $:= \text{diag}\{f_{d1}, f_{d2}\} > 0$ ) はたわみ角誤差方程式の PD ゲインを表しており, 任意の設計行列である. ここでは, 位置制御であるため,  $\theta^* \equiv 0$ ,  $\dot{\theta}^* \equiv 0$  である. (注意 6-2) (6.3.1) 式において  $\Omega_2 \rightarrow 0$  とすると,  $\tau_c \rightarrow \beta_1$  となるが, これはたわみのない剛体リンクロボットアームの制御入力, すなわち, 従来の計算トルク法による制御入力と等しくなる. したがって (6.3.1) 式は, 剛体リンクロボットアームに対する計算トルク法入力を包含する制御則という意味で, 従来の計算トルク法入力の自然な拡張となっている入力合成則といえる. すなわち, (6.3.1) 式は剛体および柔軟リンクロボットアームの両方に適用可能な制御則である. ■

(注意 6-3)  $M_{11}$ ,  $M_{22}$  が正定対称行列であること, また, 慣性行列が

$$M := \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix} \quad (6.3.12)$$

と表されることから  $\tilde{M}$  は正則である. また,  $q$ ,  $\dot{q}$  が十分小さいときだけ  $M_{12}^{-1}$  が存在して,  $M_0$  は正則となる. ■

(注意 6-4) (6.2.3), (6.2.4) 式から  $\ddot{q}$  を消去した関係から, つぎのリンク角誤差方程式が得られる.

$$\tilde{M}e_1 = \tau - \beta_{10}; \beta_{10} := \beta_1 + \dot{M}e_{1f} \quad (6.3.13)$$

同様に (6.2.3), (6.2.4) 式から  $\ddot{\theta}$  を消去すると, つぎのたわみ角に関する微分方程式が得られる.

$$M_{22}e_2 = \beta_{20} - M_0\tau; \beta_{20} := \beta_2 - \dot{M}_{22}e_{2f} - \dot{M}\tau_f \quad (6.3.14)$$

さらに, (6.3.13), (6.3.14) 式の両辺を伝達関数  $1/(s+f)$  のフィルタに通すと次式を得る.

$$e_{1f} = \tilde{M}^{-1}(\tau_f - \beta_{1f}) \quad (6.3.15)$$

$$e_{2f} = M_{22}^{-1}(\beta_{2f} - M_0\tau_f) \quad (6.3.16)$$

(6.3.1) 式の制御入力は,  $\tilde{M}^{-1}(\tau_f - \beta_{1f})$ ,  $M_{22}^{-1}(\beta_{2f} - M_0\tau_f)$  に関するつぎの 2 次形式評価関数を極小化する入力として求められる.

$$J(\tau_f) = \left\{ (\tau_f - \beta_{1f})^T \tilde{M}^{-1} \right\} \Omega_1 \left\{ \tilde{M}^{-1}(\tau_f - \beta_{1f}) \right\} + \left\{ (\beta_{2f} - M_0\tau_f)^T M_{22}^{-1} \right\} \Omega_2 \left\{ M_{22}^{-1}(\beta_{2f} - M_0\tau_f) \right\} \quad (6.3.17)$$

このとき, つぎの補題が成り立つ. ■

【補題 6-1】 $|q_i| \leq 5[\text{deg}]$  ( $i = 1, 2$ ) において, (6.3.1) 式の制御則と (6.2.3), (6.2.4) 式の制御対象からなる制御系は 12 個の要素を持つ状態  $x$  を用いてつぎのように状態空間表現される.

$$\dot{x} = Kx + H(x, K, \Omega_1, \Omega_2)x \quad (6.3.18)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ q \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 4} & O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 4} & O_{2 \times 2} & C & O_{2 \times 2} \\ CK_1 & -CG_1 W_0 M_0 & O_{2 \times 4} & CG_1 W_0 \\ O_{2 \times 4} & -CG_2(I - M_0 W_0)M_0 & CK_2 & CG_2(I - M_0 W_0) \end{bmatrix} x \quad (6.3.19)$$

ここに,

$$W_0 := W(\Omega_1, \Omega_2)M_0^T Q_2, \quad K := \text{Blockdiag}\{K_1, F, K_2, F\} \quad (6.3.20)$$

$$K_1 := \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -K_P & -K_D \end{bmatrix}, \quad K_2 := \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -F_P & -F_D \end{bmatrix} \quad (6.3.21)$$

$$F := \text{diag}\{-f, -f\}; f > 0, \quad C := [-F, I_{2 \times 2}] \quad (6.3.22)$$

$$G_1 := \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} \\ \tilde{M}^{-1} \end{bmatrix}, \quad G_2 := \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} \\ M_{22}^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.3.23)$$

$$H(x, K, \Omega_1, \Omega_2) := [H_1^T(x, \Omega_1, \Omega_2), H_2^T(x, \Omega_1, \Omega_2), H_3^T(x, K, \Omega_1, \Omega_2), H_4^T(x, K, \Omega_1, \Omega_2)]^T \quad (6.3.24)$$

$$H_1(x, \Omega_1, \Omega_2) := [O_{4 \times 4}, -G_1 W_0 M_0, O_{4 \times 4}, G_1 W_0] \quad (6.3.25)$$

$$\begin{aligned} H_2(x, K, \Omega_1, \Omega_2) := & \left[ -\tilde{M}K_P C + (S_1 - \tilde{M}K_D)CK_1, \right. \\ & -(S_1 - \tilde{M}K_D)CG_1 W_0 M_0 + \dot{\tilde{M}}\tilde{M}^{-1}W_0 M_0 \\ & -S_2 CG_2(I - M_0 W_0)M_0, -M_{12}M_{22}^{-1}\Lambda_0 C + S_2 CK_2, \\ & (S_1 - \tilde{M}K_D)CG_1 W_0 - \dot{\tilde{M}}\tilde{M}^{-1}W_0 \\ & \left. + S_2 CG_2(I - M_0 W_0) \right] \quad (6.3.26) \end{aligned}$$

$$H_3(x, \Omega_1, \Omega_2) := [O_{4 \times 4}, -G_2(I - M_0 W_0)M_0, O_{4 \times 4}, G_2(I - M_0 W_0)] \quad (6.3.27)$$

$$\begin{aligned} H_4(x, K, \Omega_1, \Omega_2) := & [(M_0 S_1 - C_{21})CK_1, -(M_0 S_1 - C_{21})CG_1 W_0 M_0 \\ & + \dot{M}_0 W Q_1 - \dot{M}_{22}M^{-22}(I - M_0 W_0)M_0 \\ & - \{M_0 S_2 - (C_{22} + B_2) + M_{22}F_D\}CG_2(I - M_0 W_0)M_0, \\ & \{M_{22}F_P - (M_0 M_{12}M_{22}^{-1} + I)\Lambda_0\}C \\ & + \{M_0 S_2 - (C_{22} + B_2) + M_{22}F_D\}CK_2, \\ & (M_0 S_1 - C_{21})CG_1 W_0 + \dot{M}_0^T W_0 + \dot{M}_{22}^T M_{22}^{-1}(I - M_0 W_0) \\ & + \{M_0 S_2 - (C_{22} + B_2) + M_{22}F_D\}CG_2(I - M_0 W_0)] \quad (6.3.28) \end{aligned}$$

$$S_1 := C_{11} - M_{12}M_{22}^{-1}C_{21} + B_1, \quad S_2 := C_{12} - M_{12}M_{22}^{-1}(C_{22} + B_2) \quad (6.3.29)$$

$$\Lambda_0 := \begin{bmatrix} 8\rho_9 (2 \cos \frac{2}{3}q_1 + 3 \sec^2 q_1) & 0 \\ 0 & \frac{4}{3}\rho_{10} \sec^2 q_2 \end{bmatrix} \quad (6.3.30)$$

このとき,  $|q_i| \leq 5[\text{deg}](i = 1, 2)$  ならば, (6.3.18) 式の右辺第 2 項は  $x$  に関して線形とみなすことができ,  $H_0x + h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)$  と表すことができる. ここに,  $H_0 := \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_{x=0}$  である. また,  $\|h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)\| \leq \gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)\|x\|^2$  を満たす正定数  $\gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)$  が存在する.

(証明) 付録 M 参照.

このとき, つぎの定理が成り立つ.

**【定理 6-1】**  $|q_i| \leq 5[\text{deg}](i = 1, 2)$ , かつ,  $\text{Re } \lambda_i(K + H_0) < 0 (i = 1, 2, \dots, 12)$  を満足するようにゲイン  $K$ , 重み  $\Omega_1, \Omega_2$  が与えられているならば, 原点近傍のある領域  $\Delta \subset \mathbb{R}^{12}$  において, フィードバック制御系は原点に漸近安定な平衡点を持つ.

(証明)  $|q_i| \leq 5[\text{deg}]$  のとき, (6.3.18) 式の右辺第 2 項が  $x$  に関して線形化できるので,  $x = 0$  は制御系の平衡点である.

ここで, 正定関数  $V(x)$  をつぎのように定義する.

$$V(x) := x^T P x \quad (6.3.31)$$

ここに,  $P$  はリアプノフ方程式  $(K + H_0)^T P + P(K + H_0) = -Q$  の解であり,  $Q$  は任意の正定対称行列である.  $|q_i| \leq 5[\text{deg}](i = 1, 2)$  において, (6.3.18) 式の右辺第 2 項は  $H_0x + h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)$  と書けるので, (6.3.18) 式の解軌道に沿って (6.3.31) 式を微分すると次式を得る.

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2x^T P h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2) \quad (6.3.32)$$

$|q_i| \leq 5[\text{deg}](i = 1, 2)$  において  $\|h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)\| = \gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)\|x\|^2$  と書けるので, (6.3.32) 式は次式で評価できる.

$$\dot{V}(x) \leq -\{\lambda_{\min}(Q) - 2\lambda_{\max}(P)\gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)\|x\|\}\|x\|^2 \quad (6.3.33)$$

このとき,  $K, \Omega_1, \Omega_2$  が  $\text{Re } \lambda_i(K + H_0) < 0 (i = 1, 2, \dots, 12)$  を満たすように与えられるならば, フィードバック制御系は, 原点近傍の領域

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^{12} \left| \|x\| \leq \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)\gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)} \right. \right\} \subset \Delta \quad (6.3.34)$$

において, 原点に漸近安定な平衡点を持つ. ■

(注意 6-5) (6.3.34) 式の  $\|x\|$  の大小は  $K$  に依存する.  $K_P, F_P$  の比例ゲインが大きすぎると  $P$  の固有値が大きくなる可能性があり, (6.3.34) 式を満たす  $\gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)$  が存在しない場合がある. このため,  $K$  の設定には若干の試行錯誤を要する. ■

### < ゲインと重みの調整法 >

定理 6-1 より，提案法は制御系の安定性を保証するゲインと重みの組み合わせの存在を示すが，ゲインの決め方には試行錯誤を要する．そこでここではつぎの調整法を提案する．

- (1)  $K_P, K_D$  の設定： $\Omega_1 = I, \Omega_2 = O$  とし，ステップ入力を加え， $\ddot{\theta} + K_D \dot{\theta} + K_P \theta = 0$  の特性根が，規定した立ち上がり時間，最大行き過ぎ量，整定時間となる  $K_P, K_D$  を求める．例えば， $K_D := \text{diag}\{2\zeta_{k1}w_{kn1}, 2\zeta_{k2}w_{kn2}\}$ ， $K_P := \text{diag}\{w_{kn1}^2, w_{kn2}^2\}$  とし， $\zeta_{ki} (i = 1, 2)$  と  $w_{kni} (i = 1, 2)$  を調整することで望ましい応答にする．このとき，たわみ角の残留振動は無視する．
- (2)  $F_P, F_D$  の設定： $\Omega_1 = O, \Omega_2 = I$  とし，たわみ角に 5 度未満の初期値を与え， $\ddot{q} + F_D \dot{q} + F_P q = 0$  の特性根が，規定した立ち上がり時間，最大行き過ぎ量，整定時間となる  $F_P, F_D$  を求める．例えば， $F_D := \text{diag}\{2\zeta_{f1}w_{fm1}, 2\zeta_{f2}w_{fm2}\}$ ， $F_P := \text{diag}\{w_{fm1}^2, w_{fm2}^2\}$  とし， $\zeta_{fi} (i = 1, 2)$  と  $w_{fmi} (i = 1, 2)$  を調整することで望ましい応答にする．このとき，リンク角誤差は零収束しなくてもよい．
- (3)  $\Omega_1, \Omega_2$  の設定：(1)，(2) で得られたゲインを固定し， $\Omega_1 = I$  とする．当初  $\Omega_2$  を小さな固有値を持つ対角行列とし， $\Omega_2$  の固有値を少しずつ大きくしながら，望ましい応答となる  $\Omega_2$  を探索する．

$\Omega_2$  を作用させることで，(2) で設定したたわみ角に関する過渡特性が制御系にもたらされる． $\Omega_2$  を大きくし過ぎると，たわみ角を制御する入力が支配的となり，リンク角誤差に悪影響が出る．

- (4) (1) から (3) で求めた  $K, \Omega_1, \Omega_2$  をもとに  $K + H_0$  の固有値を計算し， $\text{Re } \lambda_i(K + H_0) < 0 (i = 1, 2, \dots, 12)$  であれば，その値をゲインとする． $\text{Re } \lambda_i(K + H_0) > 0$  の場合には， $K, \Omega_2$  および  $\Omega_2$  の設定を再度行い， $\text{Re } \lambda_i(K + H_0) < 0$  となっているかを調べる．

(注意 6-6) 制御対象のパラメータが正確にわかっても  $\tau_f = \beta_{1f}$ ， $\tau_f = M_0^{-1}\beta_{2f}$  という入力を同時に満たすことはできない．なぜなら，軌道制御ではリンク角とたわみ角が常に干渉し続けるからである．これは，計算トルク法の考えに基づいてたわみ角を抑えながら，リンク角誤差も小さくする入力の構成が難しいことを意味する．そこで，本論文では， $\tau_f = \beta_{1f}$ ， $\tau_f = M_0^{-1}\beta_{2f}$  を同時に満たすことはできないが，2つの入力成分が時刻無限大で零収束するような高速位置制御について検討することとした． ■

## 6.4 数値実験

提案する位置制御系の有効性を検証するため数値実験を行った．実験では，ロボットアームの初期角度を  $\theta(0) = 0$ ， $q(0) = 0$  [deg]，初期速度を  $\dot{\theta}(0) = 0$ ， $\dot{q}(0) = 0$  [deg/sec] とした．目標角度は  $\theta^* = [30, 60]^T$  [deg] とした．ロボットアームの諸元は，Table 6.1 のように設定した．先端質

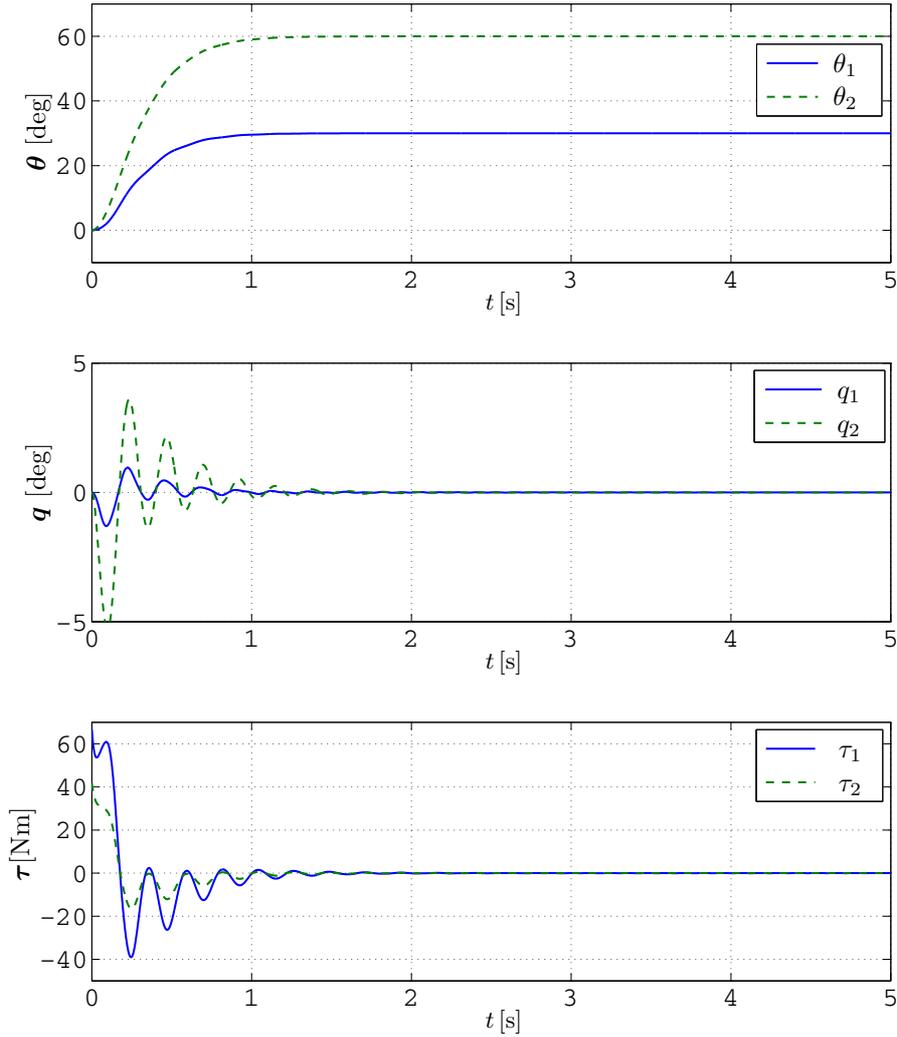


Fig. 6.6: Simulation results 1 ( $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.055I$ )

量は  $m_s = 1.0[\text{kg}]$  とした. このとき,  $\rho$  はつぎの値をとる;

$$\rho = [3.6835, 1.0611, 0.0612, 0.1020, 0.0245, 0.0384, 0.0714, 0.0212, 2.8769, 22.4923, 0.5000, 0.5000, 0.0300, 0.0800]^T$$

また, ここでの要求仕様は, リンク角の立ち上がり時間 0.7 秒以内, 最大行き過ぎ量 1 [deg] 未満, 整定時間 1 秒以内とし, かつ, その際のたわみ角が 1 秒以内に  $|q_i| < 0.5[\text{deg}](i = 1, 2)$  を達成することとした.  $f = 16$  とした.

前述のゲインと重みの調整手順によりつぎのゲインを得た.

$$K_P = 36I, K_D = 12I, F_P = 169I, F_D = 26I.$$

このゲインを固定し, 重みの調整において, 当初, 重みを  $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.055I$  とした. さらに, たわみ角が  $|q_i| < 0.5[\text{deg}](i = 1, 2)$  となるように調整した結果, 重みとして  $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.3I$  を得た.

なお, 各重みにおいて  $\text{Re } \lambda(K + H_0)$  は以下のように算出され, すべての固有値は負であることが確認できる.

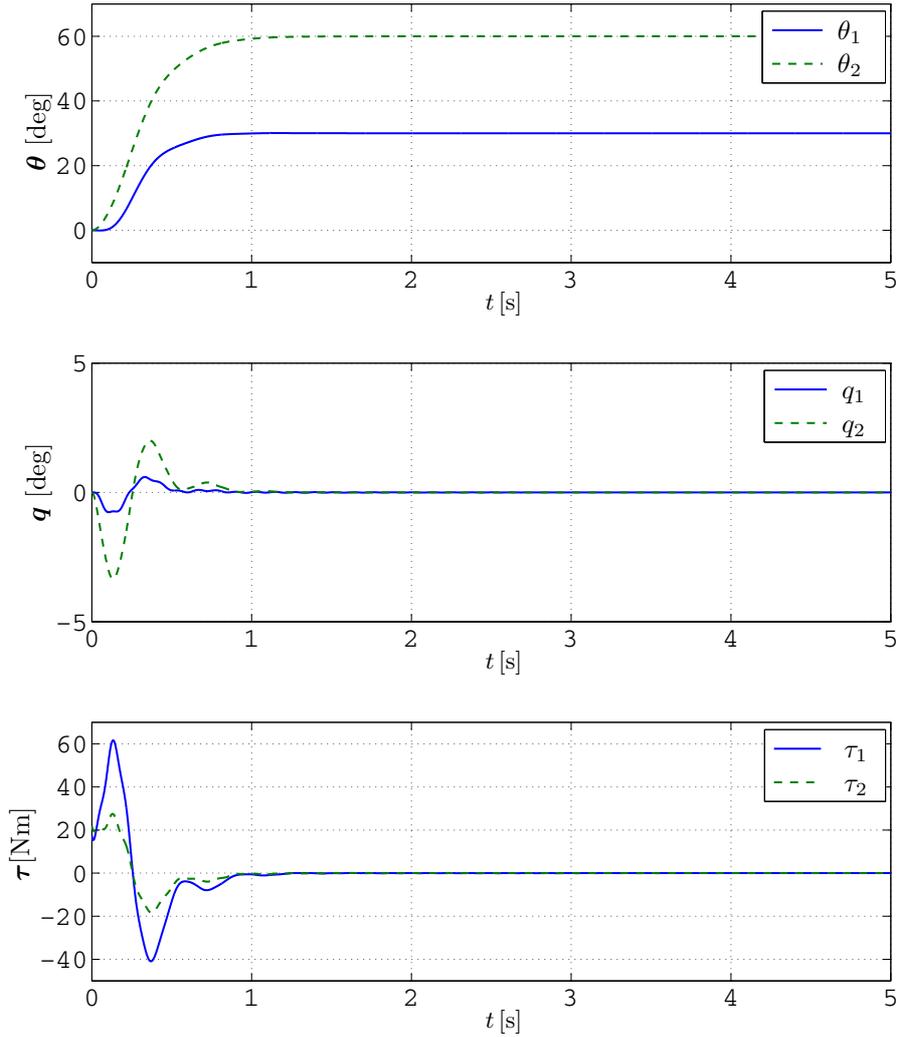


Fig. 6.7: Simulation results 2 ( $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.3I$ )

(i)  $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.055I$  のとき ,

$$\begin{aligned} \text{Re } \lambda(\mathbf{K} + \mathbf{H}_0) := & [-1.1009, -1.1009, -2.6347, -2.6347, -3.8736, -3.8736, \\ & -5.7417, -5.7417, -19.9942, -16.5117, -15.9987, -16.0064]^T \end{aligned} \quad (6.4.1)$$

(ii)  $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.3I$  のとき ,

$$\begin{aligned} \text{Re } \lambda(\mathbf{K} + \mathbf{H}_0) := & [-1.5000, -1.5000, -5.8175, -5.8175, -1.8653, -1.8653, \\ & -4.9360, -4.9360, -22.4555, -18.0898, -15.9930, -16.0355]^T \end{aligned} \quad (6.4.2)$$

数値実験結果を Fig.6.6 および Fig.6.7 に示す . Figure 6.6 は重みが  $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.055I$  の結果を , Fig.6.7 は重みが  $\Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.3I$  の結果である . それぞれ上段からリンク角  $\theta$  , たわみ角  $q$  および制御入力  $\tau$  の時間応答を表す .

Figure 6.6 および Fig.6.7 からどちらの方法も漸近安定性が確保されていることがわかる . また , 重み  $\Omega_2$  を調整することで過渡応答が良くなることが確認できる . この場合 , 重みを  $\Omega_2 = 0.3I$

Table 6.1: Parameter of robot arms

	link 1		link 2	
リンクの長さ [m]	$L_1$	0.202	$L_2$	0.20185
リンクの質量 [kg]	$m_1$	1.5	$m_2$	1.5
リンク密度 [kg/m <sup>3</sup> ]	$\sigma_1$	$9.591603 \times 10^4$	$\sigma_2$	$1.096998 \times 10^5$
リンクの断面積 [m <sup>2</sup> ]	$H_1$	$7.74192 \times 10^{-5}$	$H_2$	$6.77418 \times 10^{-5}$
リンクの関節角回りの慣性モーメント [kgm <sup>2</sup> ]	$J_1$	2.5	$J_2$	1.0
リンクのヤング率 [N/m <sup>2</sup> ]	$E_1$	$2.0684 \times 10^{11}$	$E_2$	$2.0684 \times 10^{11}$
リンクの断面モーメント [m <sup>4</sup> ]	$\Phi_1$	$6.659703 \times 10^{-12}$	$\Phi_2$	$1.784592 \times 10^{-11}$
粘性摩擦係数 [Nms/rad]	$B_{11}$	0.5	$B_{21}$	0.03
粘性摩擦係数 [Nms/rad]	$B_{12}$	0.5	$B_{22}$	0.08

とすることでたわみ角が指定した範囲内に抑制される。

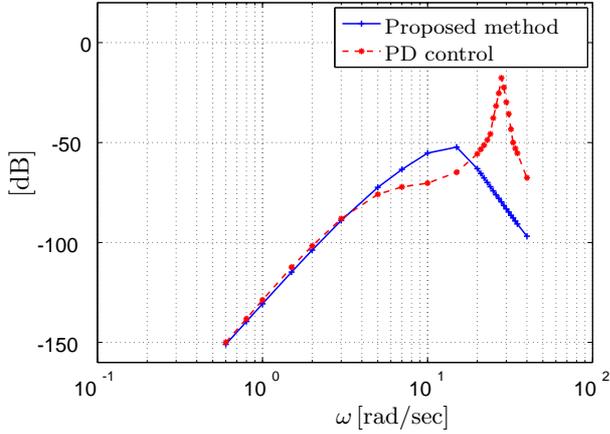


Fig. 6.8: Simulation results of frequency response  $q_1$  for  $\theta_1$

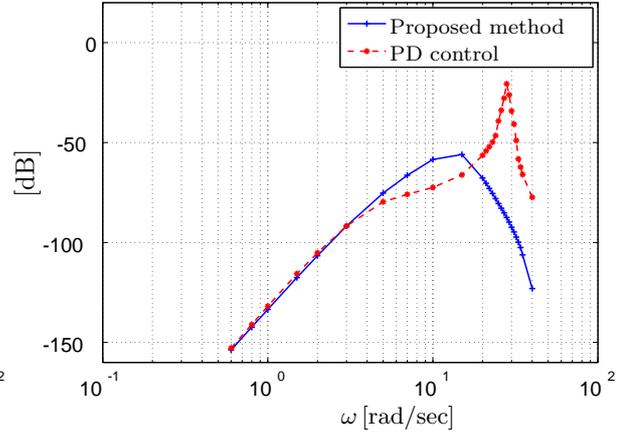


Fig. 6.9: Simulation results of frequency response  $q_2$  for  $\theta_2$

また, Fig.6.8 および Fig.6.9 では閉ループ系のたわみ角の周波数応答が提案法 ( $\Omega_1 = I$ ,  $\Omega_2 = 0.3I$  とし, 前述の (ii) と同じ設定) によってどのように変化するかを検証するため, PD 制御との比較を行った. PD ゲインとしては,  $K_P = 36I$ ,  $K_D = 12I$  とした.

周波数応答の測定は, まず目標角  $\theta_1^*(t)$  を正弦波 (振幅: 0.05, 周波数: 0.2[rad] ~ 40[rad]) で与え, その時の  $q_1$  を測定して描画した. 次いで,  $\theta_2^*(t)$  を正弦波 (振幅: 0.05, 周波数: 0.2[rad] ~ 40[rad]) で与え, その時の  $q_2$  を測定して描画した. この結果より, たわみに関して高次モードが励起されていないことから仮定 A2) が成り立つことがいえる. Fig.6.8 および Fig.6.9 から, 提案法は PD 制御と比較してたわみ角を抑制できる構成法であることがわかる.

(注意 6-7)  $\text{Re } \lambda(\mathbf{K} + \mathbf{H}_0)$  が負でない場合には, 制御系は不安定になる. 例えば,

$$K_P = 256I, K_D = 12I, F_P = I, F_D = 2I, \Omega_1 = I, \Omega_2 = 0.3I \text{ とすると,}$$

$$\begin{aligned} \text{Re } \lambda(\mathbf{K} + \mathbf{H}_0) := & [1.6067, 1.6067, 8.2659, 8.2659, -25.9223, -13.0565, \\ & -13.0565, -16.2709, -16.2709, -14.9962, -14.9962, -11.9282]^T \end{aligned} \quad (6.4.3)$$

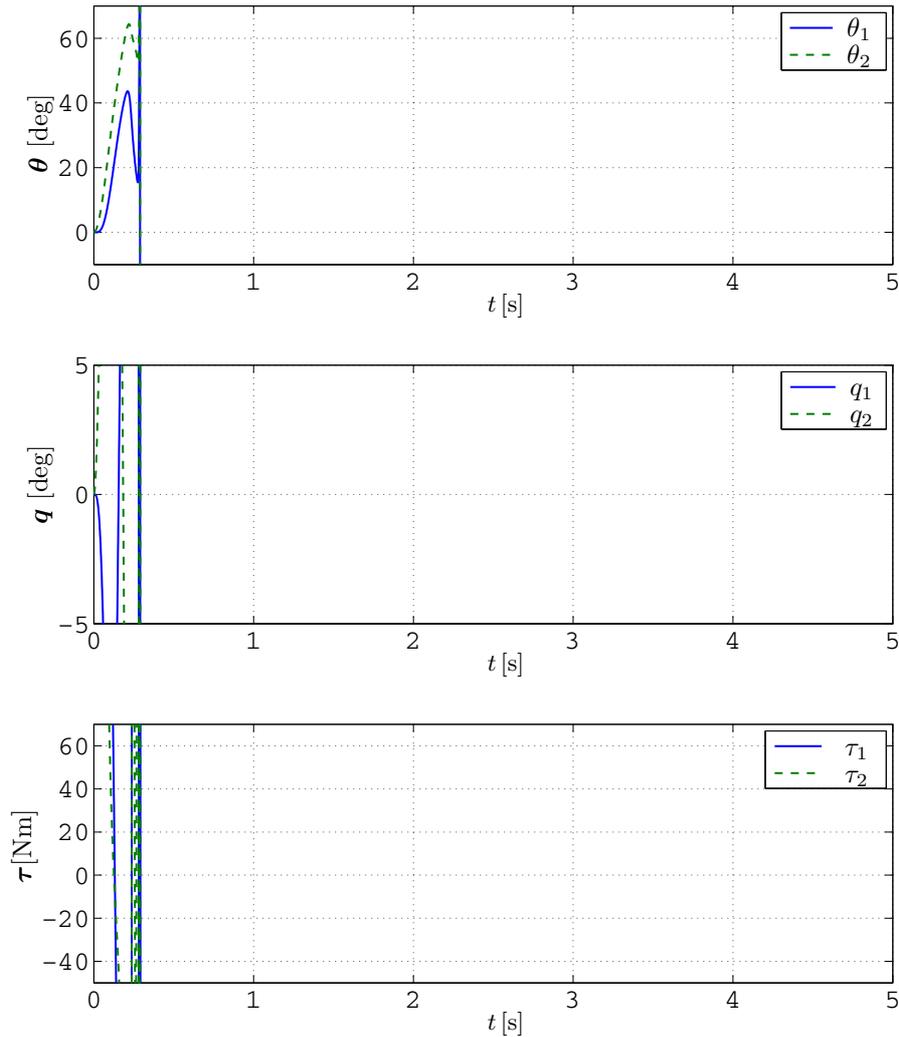


Fig. 6.10: Simulation results of  $\text{Re } \lambda(\mathbf{K} + \mathbf{H}_0) > 0$

となり，固有値の一部が正となる．このとき，Fig.6.6 や Fig.6.7 の設定と同様の数値実験を行うと Fig.6.10 が得られ，制御系が不安定になっていことがわかる． ■

## 6.5 適応同定法に基づく位置制御法

前述した位置制御法は，制御対象の数学モデルに含まれるパラメータ  $\rho$  を必要とした．したがって，そのパラメータの代わりにノミナルパラメータ  $\hat{\rho}$  が入力合成に用いられると，補題 6-1 で述べたような漸近安定な制御系が保証できない．

そこで本節では，ノミナルパラメータを用いた位置制御系の漸近安定条件の存在を保証できるような事前同定法を提案する．

### 6.5.1 適応同定法

実制御では物理パラメータ  $\rho$  を必要とするが，一般にこの値を正確に知ることは困難である．このため，ノミナルパラメータ  $\hat{\rho}$  が用いられる．しかしながら，ノミナルパラメータ  $\hat{\rho}$  を用いた制御では，必ずしも満足な制御性能が得られない．

ノミナルパラメータ  $\hat{\rho}$  を用いたいときの誤差方程式は，次式で与えられる (付録 O 参照)．

$$\begin{aligned} \hat{M}e_{1f} = & \tau_{cf}(\hat{\rho}) - \hat{\beta}_{1f} - A_{1f}\tilde{\rho} + \hat{M}_{12}\hat{M}_{22}^{-1}A_{2f}\tilde{\rho} \\ & - \left[ \dot{\hat{M}}_{12}\hat{M}_{22}^{-1} + \hat{M}_{12}\dot{\hat{M}}_{22}^{-1}A_{2f}\tilde{\rho} \right]_f \end{aligned} \quad (6.5.1)$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_{22}e_{2f} = & \hat{\beta}_{2f} - \hat{M}_0\tau_{cf}(\hat{\rho}) + \hat{M}_0A_{1f}\tilde{\rho} - \left( I + \hat{M}_0\hat{M}_{12}\hat{M}_{22}^{-1} \right) A_{2f}\tilde{\rho} \\ & - \left[ \dot{\hat{M}}_0A_{1f}\tilde{\rho} \right]_f \\ & + \left[ \left( \dot{\hat{M}}_0\hat{M}_{12}\hat{M}_{22}^{-1} + \hat{M}_0\dot{\hat{M}}_{12}\hat{M}_{22}^{-1} + \hat{M}_0\hat{M}_{12}\dot{\hat{M}}_{22}^{-1} \right) A_{2f}\tilde{\rho} \right]_f \end{aligned} \quad (6.5.2)$$

ここに， $\tilde{\rho} := \rho - \hat{\rho}$  であり， $A_{1f}\tilde{\rho}$ ， $A_{2f}\tilde{\rho}$  は，パラメータのずれによるモデル化誤差を表す．

(6.5.1) 式および (6.5.2) 式より， $A_{1f}\tilde{\rho}$ ， $A_{2f}\tilde{\rho}$  の値が十分小さくなる  $\hat{\rho}$  を用いたほうが，(6.5.1) 式および (6.5.2) 式の右辺を  $\tau_{cf}(\hat{\rho})$  によって極小化できることがわかる．そのような  $\hat{\rho}$  を開ループ同定できればよいが，ロボットアームの可動範囲には限界があるため，閉ループ同定することとした．そこでつぎの手順により適応同定を行う．

- (i) 以下の制御器を用いてフィードバック制御系を構成する．この際，推定慣性行列の正定性を確保しながら可調整パラメータの推定を行うため，2章で提案した射影アルゴリズムを活用する．

入力合成則

$$\tau := \tau_c(\rho^\#) \quad (6.5.3)$$

適応則

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = \Gamma(t) \left[ p(t) - R(t)\hat{\rho}(t) \right]; \hat{\rho}(0) \in C_P \quad (6.5.4)$$

ここに， $\rho^\#$  は，制御対象の仕様値などに基づくノミナルパラメータを表し， $\tau_c(\rho^\#)$  はこのノミナルパラメータを用いた制御入力である．ただし，目標信号  $\theta^*(t)$  は矩形波や M 系列信号などの同定用のテスト信号であり，各要素の上下限值は，各リンクの可動限界角度を超えないように設定されているものとする．行列，ベクトルに  $\hat{\cdot}$  がついた形式は， $\rho$  を可調整

パラメータ  $\hat{\rho}$  に置換したものを意味する．また，

$$\begin{aligned}
\Gamma(t) &:= \gamma \cdot \Phi(\hat{\rho})/N_0(t); \gamma > 0, \quad \Phi(\hat{\rho}) := \mathbf{T}P(\hat{\rho})\mathbf{T}^T \\
N_0(t) &:= [\rho_0 + \text{trace}\{\Phi^T(\hat{\rho})\Phi(\hat{\rho})\}]^{1/2} \\
P(\hat{\rho}) &:= \text{diag}\{\phi_1(\hat{\rho}), \phi_2(\hat{\rho}), \dots, \phi_{14}(\hat{\rho})\} \\
\phi(\hat{\rho}) &:= \mathbf{T}^{-1}\hat{\rho} \\
&:= [\phi_1(\hat{\rho}), \phi_2(\hat{\rho}), \dots, \phi_{14}(\hat{\rho})]^T \\
\dot{\mathbf{p}}(t) &= -\lambda_1\mathbf{p}(t) + \mathbf{A}_f^T\boldsymbol{\tau}_f/N^2(t); \mathbf{p}(0) = \mathbf{0} \\
\dot{\mathbf{R}}(t) &= -\lambda_1\mathbf{R}(t) + \mathbf{A}_f^T\mathbf{A}_f/N^2(t); \mathbf{R}(0) = \mathbf{0} \\
\lambda_1 > 0, \quad N(t) &:= \{\eta + \text{trace}(\mathbf{A}_f\mathbf{A}_f^T)\}^{1/2}; \eta > 0 \\
\mathbf{A}_f &:= [\mathbf{A}_{1f}^T, \mathbf{A}_{2f}^T]^T
\end{aligned}$$

ただし， $C_p$  は以下で定義される集合  $C$  の部分集合である．

$$C := \{\hat{\rho}(t) \mid M(\hat{\rho}) > 0, \text{ かつ, } \hat{\rho}_1 \sim \hat{\rho}_{14} > 0\} \quad (6.5.5)$$

ここに，推定慣性行列  $M(\hat{\rho})$  は慣性行列

$$M := \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix} \quad (6.5.6)$$

の中に含まれる  $\rho$  を  $\hat{\rho}$  で置換した行列である．また， $T$  はベクトル  $T^{-1}\hat{\rho}$  の要素  $\phi_i(\hat{\rho})$  ( $i = 1 \sim 14$ ) がすべて正である  $\hat{\rho}$  の集合；

$$C_p := \{\hat{\rho}(t) \mid \phi_i(\hat{\rho}) > 0, \text{ かつ, } \hat{\rho}_1 \sim \hat{\rho}_{14} > 0\} \quad (6.5.7)$$

とするとき， $C$  の部分集合となる  $T$  の中で，集合  $C_p$  の領域をできるだけ最大にする正則な定数行列を選ぶものとする．集合  $C_p$  は超平行四辺形領域であり， $M(\hat{\rho})$  の正定性が保証される凸な部分集合を意味する．このとき， $C_p \subset C$  を満たす超平行四辺形領域となる  $\phi_i(\hat{\rho})$  を探索する．

- (ii) 稼働中の制御系の入出力データから以下の評価関数  $J(t)$  をオンラインで計算し，あらかじめ規定した  $\|\mathbf{A}_f\hat{\rho}\| < \varepsilon$  となる  $\hat{\rho}$  を推定する．

$$J(t) := \int_0^t e^{-\lambda_1(t-\delta)} \left\| \frac{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_f(\delta) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \mathbf{A}_f(\delta)\hat{\rho}(t)}{N(t)} \right\|^2 d\delta \quad (6.5.8)$$

(注意 6-8)  $M(\hat{\rho})$  は一般に凸集合ではないが，もともとの物理的条件から  $\rho_i$  ( $i = 1 \sim 14$ ) が正であることを考慮し， $\hat{\rho}_i > 0$  ( $i = 1 \sim 14$ ) とすることで凸集合となる． ■

(注意 6-9) 計算トルク法に基づく構成法では，慣性力や遠心力・コリオリ力に起因する非線形力を補償できないとこれらが外乱となる．このため，誤差方程式における  $\mathbf{A}_f\hat{\rho}$  が十分小さくなる  $\hat{\rho}$  が必要となる．ただし，推定慣性行列の正定性が保証されるような  $\hat{\rho}$  でなければならない．この

ような  $\hat{\rho}$  を推定するために、低い周波数から高い周波数まで考慮して同定を行いたいが、適当な入力信号では、ロボットアームが可動限界に達してしまう。そこで、閉ループ系を構成し、制御系として安定化を図りながら  $\hat{\rho}$  を適応同定することとした。ここでは、適応同定時の制御入力として、制御対象の仕様値などをもとにしたノミナルパラメータ  $\rho^\#$  を (6.3.1) 式の  $\rho$  として代入したものをを用いた。しかしながら、ロボットアームの可動範囲を考慮し、制御系の安定性が図られる入力であれば PD 制御入力などでもよい。 ■

上述する適応制御則を用いると、適応ループに関して以下の補題が成り立つ。

【補題 6-2】 適応ループは以下の性質を満足する。

- (a-1)  $\hat{\rho}(\cdot) \in L_\infty$
  - (a-2)  $\mathbf{R}^{T/2}(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot) \in L_2$  ,  $\dot{\hat{\rho}}(\cdot) \in L_\infty \cap L_2$
  - (a-3)  $\mathbf{A}_f(\cdot)\tilde{\rho}(\cdot)/N(\cdot) \in L_2$
- ここに、 $\tilde{\rho}(t) := \rho - \hat{\rho}(t)$  である。

(証明) 付録 N 参照。

### 6.5.2 ノミナルパラメータ $\hat{\rho}$ を用いた位置制御

同定により得られたノミナルパラメータ  $\hat{\rho}$  を (6.3.1) 式の  $\rho$  に置き換えて位置制御を行う。同定により得られたノミナルパラメータ  $\hat{\rho}$  を (6.3.1) 式の  $\rho$  に置き換えた位置制御則に対し、以下の補題が成り立つ。

【補題 6-3】  $|q_i| \leq 5[\text{deg}]$  ( $i = 1, 2$ ) において、 $\hat{\rho}$  を用いた (6.3.1) 式の制御則と (6.2.3), (6.2.4) 式の制御対象からなる制御系は状態  $x$  を用いてつぎのように状態空間表現される。

$$\dot{x} = \mathbf{K}x + \hat{\mathbf{H}}(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2)x + \mathbf{E}(x)\mathbf{A}_f\tilde{\rho} \quad (6.5.9)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ q \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{O}_{2 \times 2} & \mathbf{O}_{2 \times 4} & \mathbf{O}_{2 \times 2} \\ \mathbf{O}_{2 \times 4} & \mathbf{O}_{2 \times 2} & \mathbf{C} & \mathbf{O}_{2 \times 2} \\ \mathbf{CK}_1 & -\mathbf{CG}_1\hat{\mathbf{W}}_0\hat{\mathbf{M}}_0 & \mathbf{O}_{2 \times 4} & \mathbf{CG}_1\hat{\mathbf{W}}_0 \\ \mathbf{O}_{2 \times 4} & -\mathbf{CG}_2(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{M}}_0\hat{\mathbf{W}}_0)\hat{\mathbf{M}}_0 & \mathbf{CK}_2 & \mathbf{CG}_2(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{M}}_0\hat{\mathbf{W}}_0) \end{bmatrix} x \quad (6.5.10)$$

$$\hat{\mathbf{H}}(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2) := \left[ \hat{\mathbf{H}}_1^T(x, \Omega_1, \Omega_2), \hat{\mathbf{H}}_2^T(x, \Omega_1, \Omega_2), \hat{\mathbf{H}}_3^T(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2), \hat{\mathbf{H}}_4^T(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2) \right]^T \quad (6.5.11)$$

ここに、ベクトルや行列に  $\hat{\cdot}$  がついた形式は、 $\rho$  を  $\hat{\rho}$  に置換したものを意味する。また、 $\mathbf{A}_f\tilde{\rho}$  はパラメータのずれによるモデル化誤差を表す。 $\mathbf{E}(x)$  は以下で定義される。

$$\mathbf{E}(x) := [\mathbf{E}_1^\top(x), \mathbf{E}_2^\top(x), \mathbf{E}_3^\top(x), \mathbf{E}_4^\top(x)]^\top \quad (6.5.12)$$

$$\mathbf{E}_1(x) := \hat{\mathbf{G}}_1 \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_{2 \times 2}, & \hat{\mathbf{M}}_{12} \hat{\mathbf{M}}_{22}^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.5.13)$$

$$\mathbf{E}_2(x) := \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2 \times 2}, & -(\dot{\hat{\mathbf{M}}}_{12} \hat{\mathbf{M}}_{22}^{-1} + \hat{\mathbf{M}}_{12} \dot{\hat{\mathbf{M}}}_{22}^{-1}) \end{bmatrix} \quad (6.5.14)$$

$$\mathbf{E}_3(x) := \hat{\mathbf{G}}_2 \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_0, & -(\mathbf{I} + \hat{\mathbf{M}}_0 \hat{\mathbf{M}}_{12} \hat{\mathbf{M}}_{22}^{-1}) \end{bmatrix} \quad (6.5.15)$$

$$\mathbf{E}_4(x) := \begin{bmatrix} -\dot{\hat{\mathbf{M}}}_0, & (\dot{\hat{\mathbf{M}}}_0 \hat{\mathbf{M}}_{12} \hat{\mathbf{M}}_{22}^{-1} + \hat{\mathbf{M}}_0 \dot{\hat{\mathbf{M}}}_{12} \hat{\mathbf{M}}_{22}^{-1} + \hat{\mathbf{M}}_0 \hat{\mathbf{M}}_{12} \dot{\hat{\mathbf{M}}}_{22}^{-1}) \end{bmatrix} \quad (6.5.16)$$

このとき，

(i)  $|q_i| \leq 5 [\text{deg}](i = 1, 2)$  ならば，(6.5.9) 式の右辺第 2 項は  $x$  に関して線形とみなすことができ， $\hat{\mathbf{H}}_0 x + \hat{\mathbf{h}}_1(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2)$  と表すことができる．ここに， $\hat{\mathbf{H}}_0 := \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial x} \right)_{x=0}$  である．

このとき， $\|\hat{\mathbf{h}}_1(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2)\| \leq \gamma(\mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2) \|x\|^2$  を満たす正定数  $\gamma(\mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2)$  が存在する．

(ii)  $|q_i| \leq 5 [\text{deg}](i = 1, 2)$  ならば， $\mathbf{E}(x) \mathbf{A}_f \tilde{\rho}$  は  $x$  に関して線形とみなすことができ  $\|\mathbf{E}(x) \mathbf{A}_f \tilde{\rho}\| \leq \gamma_0(\varepsilon) \|x\|$  を満たす正定数  $\gamma_0(\varepsilon)$  が存在する．

(証明) 付録 O 参照．

このとき，つぎの定理が成り立つ．

**【定理 6-2】**  $|q_i| \leq 5 [\text{deg}](i = 1, 2)$ ，かつ， $\text{Re } \lambda_i(\mathbf{K} + \hat{\mathbf{H}}_0) < 0 (i = 1, 2, \dots, 12)$  を満足するようにゲイン  $\mathbf{K}$ ，重み  $\Omega_1, \Omega_2$  が与えられているならば，原点近傍のある領域  $\Delta \subset \mathbb{R}^{12}$  において，フィードバック制御系は原点に漸近安定な平衡点を持つ．

(証明)  $|q_i| \leq 5 [\text{deg}]$  のとき，(6.5.9) 式の右辺第 2 項が  $x$  に関して線形化できるので， $x = 0$  は制御系の平衡点である．

ここで，正定関数  $V(x)$  をつぎのように定義する．

$$V(x) := x^\top P x \quad (6.5.17)$$

ここに， $P$  はリアプノフ方程式  $(\mathbf{K} + \hat{\mathbf{H}}_0)^\top P + P(\mathbf{K} + \hat{\mathbf{H}}_0) = -Q$  の解であり， $Q$  は任意の正定対称行列である． $|q_i| \leq 5 [\text{deg}](i = 1, 2)$  において，(6.5.9) 式の右辺第 2 項が  $\hat{\mathbf{H}}_0 x + \hat{\mathbf{h}}_1(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2)$  と書けるので，(6.5.9) 式の解軌道に沿って (6.5.17) 式を微分すると次式を得る．

$$\dot{V}(x) = -x^\top Q x + 2x^\top P \hat{\mathbf{h}}_1(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2) + 2x^\top P \mathbf{E}(x) \mathbf{A}_f \tilde{\rho} \quad (6.5.18)$$

また， $|q_i| \leq 5 [\text{deg}](i = 1, 2)$  において

$$\|\hat{\mathbf{h}}_1(x, \mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2)\| = \gamma(\mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2) \|x\|^2 \quad (6.5.19)$$

$$\|\mathbf{E}(x) \mathbf{A}_f \tilde{\rho}\| \leq \gamma_0(\varepsilon) \|x\| \quad (6.5.20)$$

と書けるので，(6.5.18) 式は次式のように評価できる．

$$\dot{V}(x) \leq -\{\lambda_{\min}(Q) - 2\lambda_{\max}(P)\gamma(\mathbf{K}, \Omega_1, \Omega_2)\|x\| - 2\lambda_{\max}(P)\gamma_0(\varepsilon)\}\|x\|^2 \quad (6.5.21)$$

このとき,  $K, \Omega_1, \Omega_2$  が  $\text{Re } \lambda_i(K + \hat{H}_0) < 0$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) を満たすように与えられるならば, フィードバック制御系は, 原点近傍の領域

$$\left\{ \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{12} \mid \|\boldsymbol{x}\| \leq \frac{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q}) - 2\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})\gamma_0(\varepsilon)}{2\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})\gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)} \right\} \subset \Delta \quad (6.5.22)$$

において, 原点に漸近安定な平衡点を持つ. ■

(注意 6-10) 計算トルク法に基づく剛体リンクロボットアームの制御におけるモデル化誤差対策には, リアプノフの方法によるロバスト制御がある (例えば, 文献 [3], pp.144–158). モデル化誤差がある場合の状態空間表現は (6.5.9) 式で与えられる. リアプノフの方法によるロバスト制御は, (6.5.9) 式の右辺第 3 項の影響が小さくなるように補助入力を求め, これを閉ループ系に適用することで終局的有界性を保証する方法である. しかしながら, 柔軟リンクロボットアームの場合には, (6.5.9) 式の右辺第 2 項の存在により, 剛体リンクロボットアームのような補助入力を作成することができない. そこで, 本論文では  $A_f \tilde{\rho}$  を小さくする方法として適応同定法を用いた. ■

設計ゲインを以下の手順により決定する.

#### < ゲインと重みの調整法 >

定理 6-3 より, 提案法は制御系の安定性を保証するゲインと重みの組み合わせの存在を示すが, ゲインの決め方には試行錯誤を要する. そこでここではつぎの調整法を提案する.

- (1)  $K_P, K_D$  の設定:  $\Omega_1 = I, \Omega_2 = O$  とし, ステップ入力を加え,  $\ddot{\theta} + K_D \dot{\theta} + K_P \theta = 0$  の特性根が, 規定した立ち上がり時間, 最大行き過ぎ量, 整定時間となる  $K_P, K_D$  を求める. 例えば,  $K_D := \text{diag}\{2\zeta_{k1}w_{kn1}, 2\zeta_{k2}w_{kn2}\}$ ,  $K_P := \text{diag}\{w_{kn1}^2, w_{kn2}^2\}$  とし,  $\zeta_{ki}$  ( $i = 1, 2$ ) と  $w_{kni}$  ( $i = 1, 2$ ) を調整することで望ましい応答にする. このとき, たわみ角の残留振動は無視する.
- (2)  $F_P, F_D$  の設定:  $\Omega_1 = O, \Omega_2 = I$  とし, たわみ角に 5 度未満の初期値を与え,  $\ddot{q} + F_D \dot{q} + F_P q = 0$  の特性根が, 規定した立ち上がり時間, 最大行き過ぎ量, 整定時間となる  $F_P, F_D$  を求める. 例えば,  $F_D := \text{diag}\{2\zeta_{f1}w_{fn1}, 2\zeta_{f2}w_{fn2}\}$ ,  $F_P := \text{diag}\{w_{fn1}^2, w_{fn2}^2\}$  とし,  $\zeta_{fi}$  ( $i = 1, 2$ ) と  $w_{fni}$  ( $i = 1, 2$ ) を調整することで望ましい応答にする. このとき, リンク角誤差は零収束しなくてもよい.
- (3)  $\Omega_1, \Omega_2$  の設定: (1), (2) で得られたゲインを固定し,  $\Omega_1 = I$  とする. 当初  $\Omega_2$  を小さな固有値を持つ対角行列とし,  $\Omega_2$  の固有値を少しずつ大きくしながら, 望ましい応答となる  $\Omega_2$  を探索する.

$\Omega_2$  を作用させることで, (2) で設定したたわみ角に関する過渡特性が制御系にもたらされる.  $\Omega_2$  を大きくし過ぎると, たわみ角を制御する入力が支配的となり, リンク角誤差に悪影響が出る.

- (4) (1) から (3) で求めた  $K, \Omega_1, \Omega_2$  をもとに  $K + \hat{H}_0$  の固有値を計算し,  $\text{Re } \lambda_i(K + \hat{H}_0) < 0$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) であれば, その値をゲインとする.  $\text{Re } \lambda_i(K + \hat{H}_0) > 0$  の場合には,  $K, \Omega_2$  および  $\Omega_2$  の設定を再度行い,  $\text{Re } \lambda_i(K + \hat{H}_0) < 0$  となっているかを調べる.

## 6.6 実機実験

提案する位置制御法の有効性を検証するため実機実験を行った．本節では，まず実験系について説明し，次いで実験結果について述べる．

### 6.6.1 実験装置とその構成

実験装置は，Quanser 社の 2DOF Serial Flexible Link である [55] ( Fig.6.11 ) ．この制御対象



Fig. 6.11: The appearance of 2 DOF flexible link robot arm [55]

に対して，Fig.6.12 の実験系を構成した．実機実験では，PC 上の Matlab Simulink で制御器を設計し，QuaRC によってリアルタイムコードを自動生成させ，制御ボードを介して制御入力電圧としてロボットアームのモータに印加される．実験装置には，ロータリーエンコーダ（エンコーダ分解能：4,096 [counts/rev]，角度分解能： $1.534 \times 10^{-3}$  [rad/count]），ひずみゲージ（ひずみゲージノミナル感度： $1.35 \times 10^{-4}$  [strain/V]）がある．たわみ角はひずみゲージで得られた信号を  $w_n^2/(s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2)$  ( $\zeta = 0.9$ ,  $w_n = 8\pi$ [rad/sec]) に通した出力をもとに算出される．また，それぞれのセンサから得られた情報を近似微分器  $sw_n^2/(s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2)$  ( $\zeta = 0.9$ ,  $w_n = 8\pi$ [rad/sec]) に通すことによってモータの回転角速度情報およびたわみ角速度情報を取得することができる．

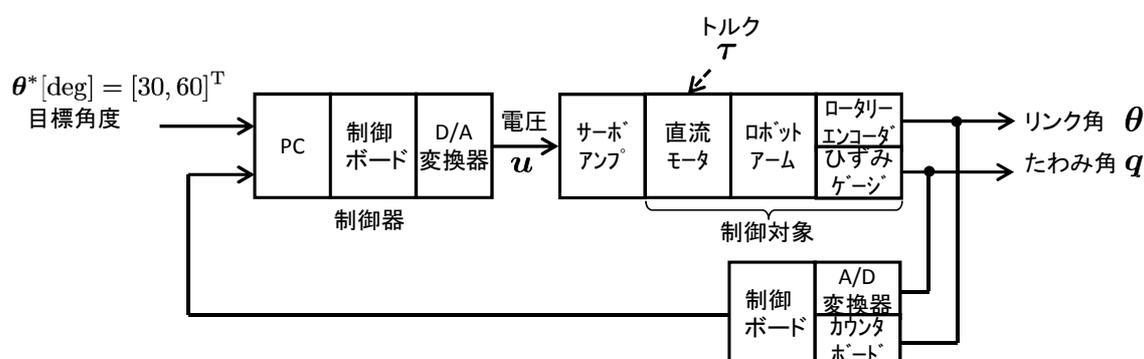


Fig. 6.12: Block diagram of the experimental system

(注意 6-11) 実機実験では，たわみ角速度情報を得るためにアナログセンサ情報をもとにたわみ角の近似微分を求めている．このため，近似微分の精度は，リンク角の近似微分情報と比較して悪くなっていることが考えられる．ただし，近似微分の取得方法が簡単であること，また，比較的フィルタの帯域を大きくとればいい値が得られることから，本実験では近似微分器を用いた． ■

## 6.6.2 実験結果

提案法を用いた場合に，柔軟リンクロボットアームが，制御仕様に応じた高速動作をできるかどうか検証するために実機実験を行った．比較のため，リンク角情報のみに基づく PD 制御および提案法と同様にたわみ情報を用いる PDS 制御も併せて行った．PDS 制御は，文献 [72] に基づき以下の制御器を用いた．

$$\tau_1 := -k_{p1}\tilde{\theta}_1(t) - k_{d1}\dot{\theta}_1(t) \quad (6.6.1)$$

$$\tau_2 := -k_{p2}\tilde{\theta}_2(t) - k_{d2}\dot{\theta}_2(t) + (k_{s2} - 1)E_2I_2 \cdot \left. \frac{\partial^2 w_2(l_2, t)}{\partial l_2^2} \right|_{l_2=0} \quad (6.6.2)$$

当初，制御器の各種パラメータは，Quanser 社が提供する公称値 ( Table 6.1 参照) を  $\hat{\rho}$  の初期値として設定した．また，テスト信号として振幅  $\pm 5$  度，周期 1 秒の矩形波を入力した．このとき， $T$  をつぎのように設定した．

$$T := \left[ \begin{array}{c|c} H & O \\ \hline O & I_6 \end{array} \right]$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1/3 & 1 & 1/3 & 1 & 4/3 & 5.8/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.9 & 0.9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11/105 & 4/9 & 9.9/105 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11/60 & 2/3 & 9.9/60 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 1/3 \end{bmatrix}$$

(6.5.3) および (6.5.4) 式を用いて閉ループ同定を行い  $\|A_f \tilde{\rho}\| \leq 0.05$  となるまで同定を繰り返した．

適応同定で得られた  $\hat{\rho} = [0.4668, 0.1009, 0.0408, 0.0606, 0.0135, 0.0212, 0.0405, 0.0119, 0.2547, 10.855, 0.0466, 0.0464, 0.0499, 0.05]^T$  をもとに，提案する位置制御法 (6.3 節) の有効性を検証した．ロボットアームの初期角度を  $\theta(0) = \mathbf{0}$ ， $q(0) = \mathbf{0}$  [deg]， $\dot{\theta}(0) = \mathbf{0}$ ， $\dot{q}(0) = \mathbf{0}$  [deg/sec] とした．目標角度は， $\theta^* = [30, 60]^T$  [deg] とした．このとき，要求仕様は立ち上がり時間を約 0.7 秒以内，最大行き過ぎ量を 1 [deg]，整定時間を 1 秒とし，たわみ角が 1 秒以内に  $|q_i| < 0.5$  [deg] ( $i = 1, 2$ ) を達成する応答とした．

設定ゲインはそれぞれつぎのように設定した．

PD 制御では，リンクの立ち上がりとリンク角の行き過ぎ量を考慮し，何回か実験した結果つぎの値を用いた． $K_P = \text{diag}\{80.1, 89.6\}$ ， $K_D = \text{diag}\{12.52, 3.79\}$ ．

PDS制御では、文献 [72] に基づき、当初 PD 制御のゲインを用いて  $k_{s2}$  を増加させた。  $k_{s2}$  の決定後、PD ゲインを増減させ、制御仕様に最も近い応答となるよう実験を繰り返し、つぎの値を用いた。  $K_P = \text{diag}\{80.1, 42.35\}$  ,  $K_D = \text{diag}\{12.52, 3.9\}$  ,  $k_{s2} = 9$  .

提案法では、ゲインと重みの調整法をもとに  $K_P = \text{diag}\{400, 484\}$  ,  $K_D = \text{diag}\{36, 41.8\}$  ,  $F_P = \text{diag}\{256, 100\}$  ,  $F_D = \text{diag}\{48, 20\}$  ,  $\Omega_1 = I$  および  $\Omega_2 = 0.3I$  とした。また、実験器材は、その構造からほぼ 1 次の曲げモードと仮定できるが、高次のモードが励起しない (仮定 A2) を満たすように、 $q_1, q_2$  のフィードバック信号はフィルタに通したものを使用した。

Figure 6.13 に PD 制御の結果を、Fig. 6.14 に PDS 制御の結果を、Fig. 6.15 に同定した  $\hat{\rho}$  による位置制御の結果をそれぞれ示す。それぞれ上から各リンクのリンク角、たわみ角度を表す。PDS 制御は PD 制御と比較し、たわみ角は抑制されるが、第 2 リンクのリンク角が振動的となり、ここでの要求仕様を満たさない。一方、同定結果に基づく位置制御では、制御目的が達成されていることがわかる。

また、Fig.6.16 および Fig.6.17 では閉ループ系のたわみ角の周波数応答が提案法によってどのように変化するかを検証するため、PD 制御および PDS 制御との比較を行った。周波数応答の測定は、まず目標角  $\theta_1^*(t)$  を正弦波 (振幅: 0.05, 周波数: 0.6[rad/s] ~ 24[rad/s]) で与え、その時の  $q_1$  を測定して描画した。次いで、 $\theta_2^*(t)$  を正弦波 (振幅: 0.05, 周波数: 0.6[rad/s] ~ 24[rad/s]) で与え、その時の  $q_2$  を測定して描画した。Fig.6.16 および Fig.6.17 が示すように、たわみの振動周期を考慮すると、提案法は PD 制御および PDS 制御と比較してたわみ角を抑制できる構成法であることがわかる。

(注意 6-12)  $T$  は試行錯誤的ではあるがつぎのように導出した。慣性モーメントが一番小さくなる姿勢の  $M(\hat{\rho})$  に対して、その正定性を保証し、かつ、部分集合となる超平行四辺形領域から  $T$  を求めた。 $T$  は、 $M(\hat{\rho}) > 0$  を満たす部分集合の選び方により無数に存在する。また、選んだ領域に  $\rho$  が存在するとは限らないが、実験結果のように  $A_f \hat{\rho}$  が十分小さくなる  $\rho$  が存在する。 ■

(注意 6-13) 本構成法は、形式的に適応位置制御系に拡張することができる。ただし、つぎの理由によりそのような構成法とはしなかった。適応制御系では、一般に定常誤差は時刻無限大で零収束するが、可調整パラメータが調整される間、過渡応答が劣化する。ここでの制御目的は、できる限り短い時間でリンク角を目標角度に、たわみ角を零収束させることである。このため、適応制御により可調整パラメータが調整される間、過渡応答が乱れると制御目的は達成されない。そこで、慣性力や遠心力・コリオリ力に起因して発生する非線形力を打ち消すようなパラメータの同定を行い、残りの誤差を PD 制御のような線形制御を行う計算トルク法に基づく構成とした。 ■

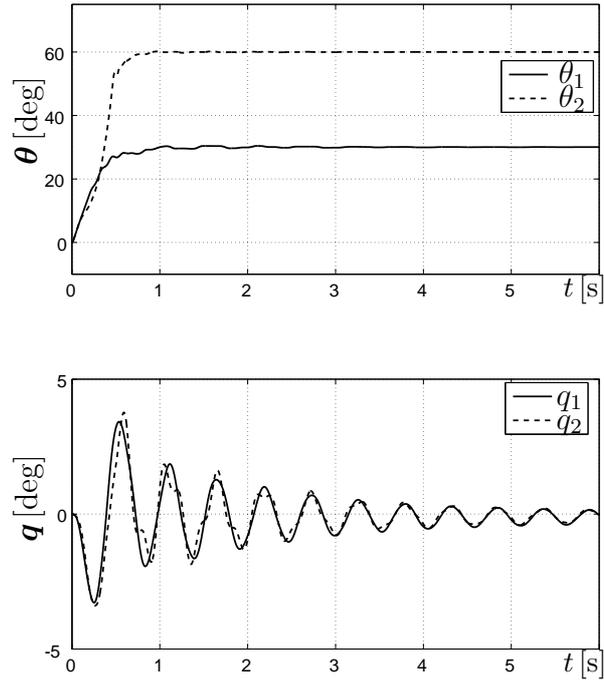


Fig. 6.13: Experimental results of PD control method

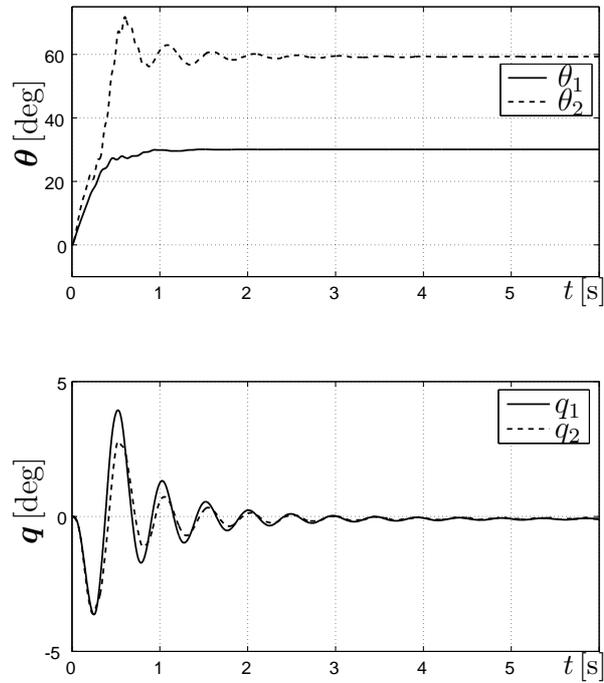
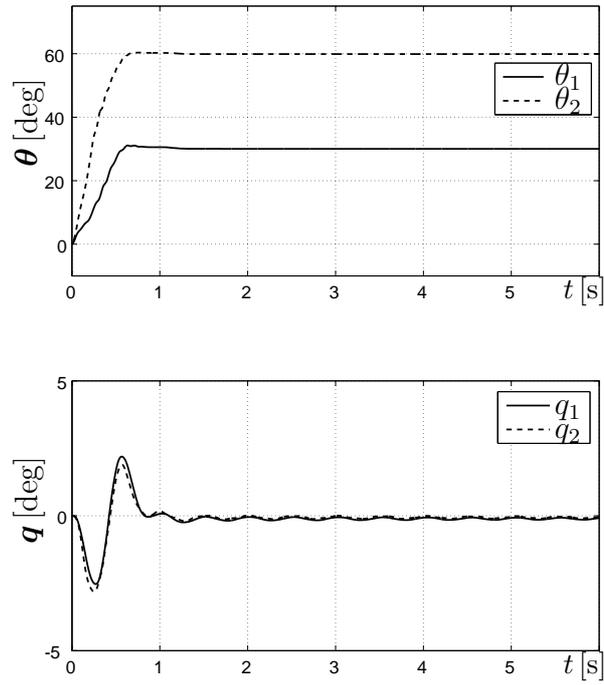
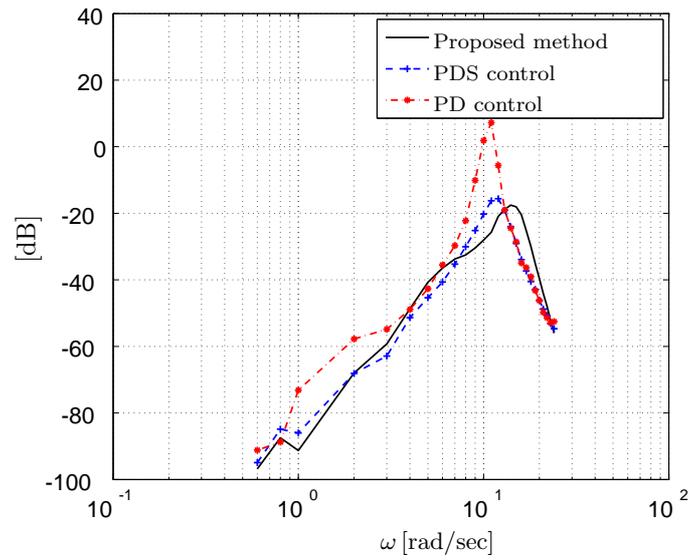


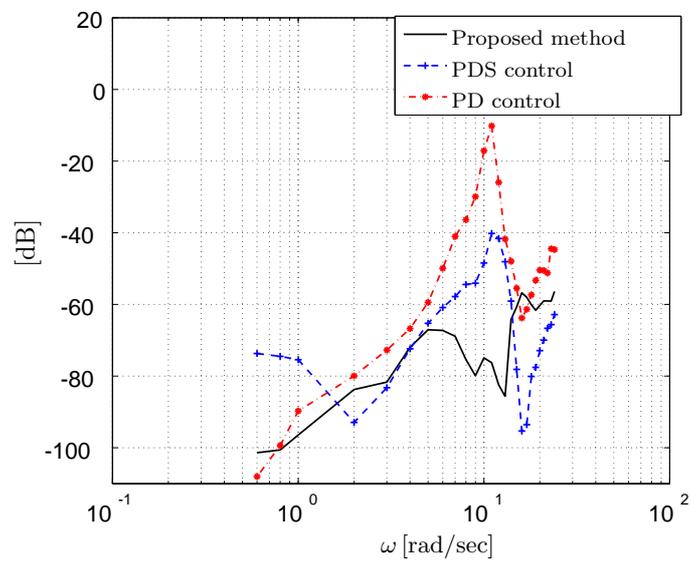
Fig. 6.14: Experimental results of PDS control method



**Fig. 6.15:** Experimental results of Proposed method



**Fig. 6.16:** Experimental results of frequency response  $q_1$  for  $\theta_1$



**Fig. 6.17:** Experimental results of frequency response  $q_2$  for  $\theta_2$

## 第7章 結論

### 7.1 本論文の主結果

本論文では、超平行四辺形の内部領域に可調整パラメータを拘束可能な高階調整則を設計した。また、設計した高階調整則を用いることで、ロボットアームの適応軌道制御系や DyCE 原理に基づく MRACS の制御性能が改善できることを示した。さらに、リンクに十分な剛性を持たないロボットアームの位置制御則を提案し、その制御則のパラメータ同定に開発した高階調整則を適用した。

以下は本論文の総括である。

#### 新たな高階調整則の設計

従来の滑らかな射影アルゴリズムでは、超直方体や超球の内部領域にのみ可調整パラメータが拘束可能であった。そこで本論文では、高階調整則をベースとして、従来法とは異なる超平行四辺形の内部領域に可調整パラメータの拘束を実現した。この高階調整則を用いることで、可調整パラメータの解軌道の滑らかさを保証し、かつ、可調整パラメータを超平行四辺形の内部領域に拘束することが可能となった。

なお、本論文では制御誤差にダイナミクスを持たない積分型の 2 次評価関数をベースに、時変なゲインを掛け合わせる形式とした。しかし、提案法は他の適応則にも併用可能である。例えば、リアプノフの安定理論に基づく適応則のゲインを本論文で提案した可変ゲインと置き換えることで、超平行四辺形の内部領域に可調整パラメータを拘束することができる。

#### 計算トルク法に基づく剛体リンクロボットアームの適応軌道制御系への応用

Middleton と Goodwin の方法は、計算トルク法をベースとした適応制御系の制御誤差が可調整パラメータの微分値の影響を受けない。この方法は、DyCE 原理に基づく構成法と同様の制御入力によりこれを達成しており、この意味で過渡応答の改善が期待できる。しかしながら、この方法では、安定な適応制御系を実現するために推定慣性行列の正定性の確保が必要であり、適応則に切換型の射影アルゴリズムを用いていたため、厳密に制御入力の実現できない問題点を有していた。

そこで、2 リンクロボットアームの推定慣性行列を保証する空間が半円錐となることを活用し、それに内接する最大の体積を有する三角錐を構成した。また、その三角錐に可調整パラメータを拘束するため、本論文で提案した高階調整則を適用した。この結果、推定慣性行列の正定性を確保しつつ、可調整パラメータの微分値の存在を保証することで制御入力の実現が可能となった。

## DyCE 原理に基づく MRACS への応用

制御対象を線形時不変系とするとき，適応制御器の可調整パラメータを一定値に置き換えた際の制御系を安定化する領域を  $\Theta_s$  とする．このとき明らかなことは，(i) 適応制御器の可調整パラメータが  $\Theta_s$  の補集合領域に留まると，適応制御系は不安定化する．(ii) 過渡的に  $\Theta_s$  の補集合領域を通過すると，通過しない場合と比較して安定度が劣化し，制御量の過渡応答が悪くなる．このような領域は，例えば，1 次遅れ系の場合，平行四辺形領域となるが，従来の滑らかな射影アルゴリズムでは， $\Theta_s$  の補集合領域を通過しないように可調整パラメータを拘束することが困難であった．そこで，本論文で提案した高階調整則を用いることによって，このような領域に拘束できることを示した．

また，提案する高階調整則がロバスト適応則としても利用可能であることを示した．なぜなら，現実の適応制御系では，雑音や外乱の影響で可調整パラメータがドリフトする可能性があるからである．

## 計算トルク法に基づく柔軟リンクロボットアームの位置制御のための適応同定法への応用

本論文では，一次の曲げモードを考慮した水平 2 自由度の柔軟リンクロボットアームの位置制御法を提案した．この方法では，リンクを高速に動作させるため，位置制御ではあるが遠心力・コリオリ力などの非線形項が保証できる計算トルク法をベースとした．また，この構成法がモデルベース制御であることを踏まえ，パラメータのずれによるモデル化誤差を考慮した構成法に拡張した．その際に必要なコントローラパラメータの適応同定法には，本論文で提案した高階調整則を用いた．なぜなら，適応同定で得られたパラメータを用いて制御系の安定性を保証するためには，推定慣性行列の正定性の確保を必要とするからである．また，物理的制約から可調整パラメータを正に拘束するためである．

## 7.2 今後の課題

拘束したい可調整パラメータの空間が，半円錐や楕円など直接，超平行四辺形の内部領域として設定できない場合には，それに内接する最大の超平行四辺形領域を確保することが望ましい．なぜなら，制御対象の真値が可調整パラメータの拘束領域内になるべく含まれるようにするには，拘束する領域を最大にとった方が良いからである．

しかしながら，可調整パラメータの拘束領域が，2 次元や 3 次元空間など直感的に図示できる場合には問題ないが，多次元空間になると，もはや設定した拘束領域が最大となっているかを判断することが困難である．

このため，本論文で提案する高階調整則を活用したいが，拘束したい凸空間が超平行四辺形の内部領域でない場合には，それに内接する最大の領域をシステムティックに選択できるような方法の検討が必要である．また，切換型射影アルゴリズムのように，任意の凸集合に可調整パラメータを拘束できる滑らかな射影アルゴリズムを開発することは今後の課題である．

## 付録A (P1)の証明

凸集合  $C_{p\alpha}$  は、つぎの外向き法線ベクトルを持つ超平面で囲まれた空間となる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathbf{n}}_{\alpha_1} := [1, \mathbf{0}_{p-1}^T]^T \\ \bar{\mathbf{n}}_{\alpha_2} := [0, 1, \mathbf{0}_{p-2}^T]^T \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{n}}_{\alpha_k} := [\mathbf{0}_{k-1}^T, 1, \mathbf{0}_{p-k}^T]^T \\ \underline{\mathbf{n}}_{\alpha_1} := [-1, \mathbf{0}_{p-1}^T]^T \\ \underline{\mathbf{n}}_{\alpha_2} := [0, -1, \mathbf{0}_{p-2}^T]^T \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{n}}_{\alpha_k} := [\mathbf{0}_{k-1}^T, -1, \mathbf{0}_{p-k}^T]^T \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

このとき、次式が成り立てば可調整パラメータが拘束する凸集合をはみ出さないことがいえる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \partial C_{p\alpha}} \bar{\mathbf{n}}_{\alpha_i}^T \dot{\hat{\alpha}}(t) = 0 \\ \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \partial C_{p\alpha}} \underline{\mathbf{n}}_{\alpha_i}^T \dot{\hat{\alpha}}(t) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2})$$

ここに、 $i = 1 \sim k$ 、 $\partial C_{p\alpha}$  は  $C_{p\alpha}$  の境界を意味する。

(A.2) 式は、凸集合内部から出発した可調整パラメータが境界に近づくと、可調整パラメータの調整スピードが限りなく零になることで境界をはみ出さないことを意味する。

$k = 1$  のとき、

$$\begin{aligned} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \partial C_{p\alpha}} \bar{\mathbf{n}}_{\alpha_1}^T \dot{\hat{\alpha}}(t) &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \bar{\alpha}_1} [1, \mathbf{0}_{p-1}^T] \mathbf{P}_k(\mathbf{T}\hat{\alpha}) \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \bar{\alpha}_1} [\phi_1(\mathbf{T}\hat{\alpha}), \mathbf{0}_{p-1}^T] \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \bar{\alpha}_1} \left[ \frac{(\bar{\alpha}_1 - \hat{\alpha}(t))(\hat{\alpha}(t) - \underline{\alpha}_1)}{\Delta_1}, \mathbf{0}_{p-1}^T \right] \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ここに、 $\bar{\mathbf{v}}(t) := \bar{\mathbf{p}}(t) - \bar{\mathbf{R}}(t)\hat{\alpha}(t)$ 。また、

$$\begin{aligned} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \partial C_{p\alpha}} \underline{\mathbf{n}}_{\alpha_1}^T \dot{\hat{\alpha}}(t) &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \underline{\alpha}_1} [-1, \mathbf{0}_{p-1}^T] \mathbf{P}_k(\mathbf{T}\hat{\alpha}) \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \underline{\alpha}_1} [-\phi_1(\mathbf{T}\hat{\alpha}), \mathbf{0}_{p-1}^T] \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \underline{\alpha}_1} \left[ -\frac{(\bar{\alpha}_1 - \hat{\alpha}(t))(\hat{\alpha}(t) - \underline{\alpha}_1)}{\Delta_1}, \mathbf{0}_{p-1}^T \right] \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

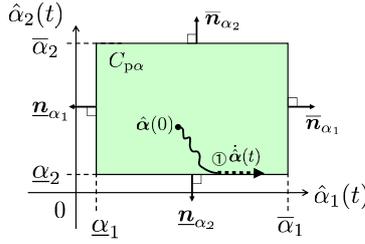


Fig. A.1: Case 1

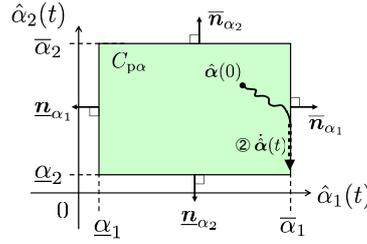


Fig. A.2: Case 2

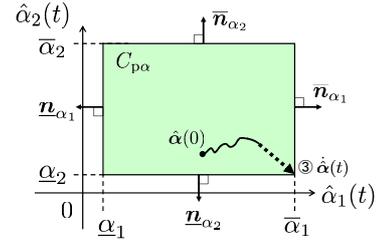


Fig. A.3: Case 3

同様に  $i = 2 \sim k$  についてもいえる．また，scheme 2 も同様にいえる．

Q. E. D.

例えば， $n = 1$  のとき，凸集合  $C_{p\alpha}$  は Fig. 2.10 の長方形となる．このとき，パラメータ変化率方向が境界 ( $\partial C_{p\alpha}$ ) に対して漸近するパターンには，Fig. A.1 から Fig. A.3 の3つのパターンが考えられる．

Case 1：可調整パラメータの変化方向が  $\underline{\alpha}_2$  に漸近する場合

境界に漸近すると次式の関係が成り立つことから，はみ出さないことがいえる．

$$\begin{aligned} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \partial C_{p\alpha}} \mathbf{n}_{\alpha_2}^T \dot{\hat{\alpha}}(t) &= \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \underline{\alpha}_2} [0, -1] \frac{\mathbf{P}_k(\mathbf{T}\hat{\alpha})}{N_0(t)} \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \underline{\alpha}_2} [0, -1] \mathbf{P}_k(\mathbf{T}\hat{\alpha}) \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \underline{\alpha}_2} [0, -\phi_2(\mathbf{T}\hat{\alpha})] \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ここに，

$$\phi_2(\mathbf{T}\hat{\alpha}) := \frac{(\bar{\alpha}_2 - \hat{\alpha}_2(t))(\hat{\alpha}_2(t) - \underline{\alpha}_2)}{\Delta_2}; \Delta_2 := \frac{\bar{\alpha}_2 - \underline{\alpha}_2}{2} \quad (\text{A.3})$$

また， $\bar{\mathbf{n}}_{\alpha_1} := [1, 0]^T$ ， $\mathbf{n}_{\alpha_1} := [-1, 0]^T$ ， $\bar{\mathbf{n}}_{\alpha_2} := [0, 1]^T$  および  $\mathbf{n}_{\alpha_2} := [0, -1]^T$  である．

Case 2：可調整パラメータの変化方向が  $\bar{\alpha}_1$  に漸近する場合

境界に漸近すると次式の関係が成り立つことから，はみ出さないことがいえる．

$$\begin{aligned} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \partial C_{p\alpha}} \bar{\mathbf{n}}_{\alpha_1}^T \dot{\hat{\alpha}}(t) &= \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \bar{\alpha}_1} [1, 0] \frac{\mathbf{P}_k(\mathbf{T}\hat{\alpha})}{N_0(t)} \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \bar{\alpha}_1} [1, 0] \mathbf{P}_k(\mathbf{T}\hat{\alpha}) \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= \frac{\gamma}{N_0(t)} \lim_{\hat{\alpha}(t) \rightarrow \bar{\alpha}_1} [\phi_1(\mathbf{T}\hat{\alpha}), 0] \bar{\mathbf{v}}(t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ここに，

$$\phi_1(\mathbf{T}\hat{\alpha}) := \frac{(\bar{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_1(t))(\hat{\alpha}_1(t) - \underline{\alpha}_1)}{\Delta_1}; \Delta_1 := \frac{\bar{\alpha}_1 - \underline{\alpha}_1}{2} \quad (\text{A.4})$$

Case 3：可調整パラメータの変化方向が点  $(\bar{\alpha}_1, \underline{\alpha}_2)$  に漸近する場合

Case1 および Case2 と同様の考え方で可調整パラメータが拘束領域をはみ出さないことがいえる．  
なお，理想状態の場合には， $\bar{v}(t)$  が零収束するまで可調整パラメータの推定が行われるため，可調整パラメータが境界近傍に留まり続けることはない．



## 付録B $\dot{V}(\hat{\alpha})$ の導出

(i) Scheme 1

(2.3.16) 式の解軌道に沿って  $\dot{V}(\hat{\alpha})$  を評価すると

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{\alpha}) = & - \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_i}{\gamma(\bar{\alpha}_1 - \hat{\alpha}(t))(\hat{\alpha}(t) - \underline{\alpha}_1)} \tilde{\alpha}_i(t) \dot{\hat{\alpha}}(t) \\ & - \sum_{i=k+1}^p \frac{\tilde{\alpha}_i(t) \dot{\hat{\alpha}}(t)}{\gamma} - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

ここに,  $\tilde{\alpha}_i(t) := \alpha_i - \hat{\alpha}(t)$ . 上式に (2.3.16) 式を代入すると

$$\dot{V}(\hat{\alpha}) = -\frac{1}{N_0(t)} \tilde{\alpha}^T(t) [\bar{\mathbf{p}}(t) - \bar{\mathbf{R}}(t) \hat{\alpha}(t)] - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \quad (\text{B.2})$$

(2.1.4), (2.1.8), (2.1.9) 式および (2.3.15) 式から

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{\alpha}) = & -\frac{1}{N_0(t)} \tilde{\alpha}^T(t) \left[ \int_0^t h(t-\sigma) y_N(\sigma) (\mathbf{T}^T \zeta_N(\sigma)) d\sigma \right. \\ & \left. - \int_0^t h(t-\sigma) (\mathbf{T} \hat{\alpha}(t))^T \zeta_N(\sigma) (\mathbf{T}^T \zeta_N(\sigma)) d\sigma \right] - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \\ = & - \left[ \int_0^t h(t-\sigma) (y_N(\sigma) - (\mathbf{T} \hat{\alpha}(t))^T \zeta_N(\sigma)) \right. \\ & \left. \times ((\mathbf{T} \alpha)^T \zeta_N(\sigma) - (\mathbf{T} \hat{\alpha}(t))^T \zeta_N(\sigma)) d\sigma \right] / N_0(t) - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

ここで,  $y_N(t) = (\mathbf{T} \alpha)^T \zeta_N(t) + \epsilon_N(t)$  と (2.1.3) 式および (2.3.15) 式の関係を用いると

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{\alpha}) = & -\frac{1}{N_0(t)} \left[ J(t) - J^{1/2}(t) \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N(\sigma) d\sigma + \frac{1}{2} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \right] \\ = & -\frac{J(t)}{2N_0(t)} - \frac{\left( J^{1/2}(t) - \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N(\sigma) d\sigma \right)^2}{2N_0(t)} \leq -\frac{J(t)}{2N_0(t)} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

(ii) Scheme 2

(2.3.16) 式の解軌道に沿って  $\dot{V}(\hat{\alpha})$  を評価すると

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{\alpha}) = & - \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_i^2}{\gamma(\bar{\alpha}_1 - \hat{\alpha}(t))^2(\hat{\alpha}(t) - \underline{\alpha}_1)^2} \tilde{\alpha}_i(t) \dot{\hat{\alpha}}(t) \\ & - \sum_{i=k+1}^p \frac{\tilde{\alpha}_i(t) \dot{\hat{\alpha}}(t)}{\gamma} - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

ここで, Scheme 2 で構成される (2.3.16) 式を上式に代入すると (B.2) 式を得る. 以下 Scheme 1 と同様に示すことができる. Q. E. D.



## 付録C 誤差方程式 (3.1.15) の導出

(3.1.9) 式の  $\tau$  を (3.1.1) 式の逆動力学モデルに代入すると次式を得る .

$$M(\theta, \rho)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}, \rho)\dot{\theta} + B(\rho)\dot{\theta} = M(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\theta}_d - K_D\dot{\tilde{\theta}} - K_P\tilde{\theta} \right) + C(\theta, \dot{\theta}, \hat{\rho})\dot{\theta} + B(\hat{\rho})\dot{\theta} + \tau_a \quad (\text{C.1})$$

両辺から  $M(\theta, \hat{\rho})\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}, \hat{\rho})\dot{\theta} + B(\hat{\rho})\dot{\theta} (= A\tilde{\rho})$  を引き (3.1.7) 式の関係を用いると次式を得る .

$$M(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\tilde{\theta}} + K_D\dot{\tilde{\theta}} + K_P\tilde{\theta} \right) = -A\tilde{\rho} + \tau_a \quad (\text{C.2})$$

ここで,  $\tilde{\theta}$  は利用できない信号であるため (C.2) 式の両辺を伝達関数  $1/(s + f)$  のフィルタに通すと次式を得る .

$$\left[ M(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\tilde{\theta}} + K_D\dot{\tilde{\theta}} + K_P\tilde{\theta} \right) \right]_f = M(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\tilde{\theta}}_f + K_D\dot{\tilde{\theta}}_f + K_P\tilde{\theta}_f \right) - \left[ \dot{M}(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\tilde{\theta}}_f + K_D\dot{\tilde{\theta}}_f + K_P\tilde{\theta}_f \right) \right]_f \quad (\text{C.3})$$

$$- [A\tilde{\rho}]_f = -A_f\tilde{\rho} + A_f\dot{\tilde{\rho}} \quad (\text{C.4})$$

したがって, (C.3) 式および (C.4) 式から次式を得る .

$$M(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\tilde{\theta}}_f + K_D\dot{\tilde{\theta}}_f + K_P\tilde{\theta}_f \right) = -A_f\tilde{\rho} + \tau_{af} - \left[ A_f\dot{\tilde{\rho}} - \dot{M}(\theta, \hat{\rho}) \left( \ddot{\tilde{\theta}}_f + K_D\dot{\tilde{\theta}}_f + K_P\tilde{\theta}_f \right) \right]_f \quad (\text{C.5})$$

$\tau_a$  の定義より (3.1.15) 式を得る .



## 付録D 補題3-1の証明

(a-1) の証明

関数  $W(\hat{\rho})$  をつぎのように定義する .

$$W(\hat{\rho}) := \sum_{i=1}^5 \frac{1}{\gamma} \left\{ \phi_i(\hat{\rho}) - \phi_i(\rho) - \phi_i(\rho) \ln \left[ \frac{\phi_i(\hat{\rho})}{\phi_i(\rho)} \right] \right\} \quad (\text{D.1})$$

ここで ,  $\phi_i(\hat{\rho}) \geq \phi_i(\rho) + \phi_i(\rho) \ln \left[ \frac{\phi_i(\hat{\rho})}{\phi_i(\rho)} \right]$  (等号は  $\hat{\rho} = \rho$  のとき) より , (D.1) 式は正定関数である .

(3.3.3) 式の解軌道に沿って  $W(\hat{\rho})$  の時間微分を評価すると次式を得る .

$$\begin{aligned} \dot{W}(\hat{\rho}) &= -\frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^5 \left( \frac{\phi_i(\rho) - \phi_i(\hat{\rho})}{\phi_i(\hat{\rho})} \right) \dot{\phi}_i(\hat{\rho}) \\ &= -(\phi(\rho) - \phi(\hat{\rho}))^T \mathbf{T}^T (\mathbf{p}(t) - \mathbf{R}(t)\hat{\rho}) / N_0(t) \\ &= -\tilde{\rho}^T (\mathbf{p}(t) - \mathbf{R}(t)\hat{\rho}) / N_0(t) \\ &= -\tilde{\rho}^T(t) \mathbf{R}(t) \tilde{\rho}(t) / N_0(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

(D.2) 式より ,  $W(\hat{\rho})$  は非増加関数である . このことと  $W(\hat{\rho}(0))$  が有限値であること , および  $W(\hat{\rho}) \geq 0$  より  $W(\hat{\rho}(\cdot)) \in L_\infty$  と  $\lim_{t \rightarrow \infty} W(\hat{\rho}) = \text{const}$  がいえる . この結果と  $W(\hat{\rho})$  の定義から  $\tilde{\rho}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる .  $\hat{\rho}(t) = \rho - \tilde{\rho}(t)$  より  $\hat{\rho}(\cdot) \in L_\infty$  がいえる .

(a-2) の証明

(D.2) 式は

$$\dot{W}(\hat{\rho}) \leq -c_1 \tilde{\rho}^T(t) \mathbf{R}(t) \tilde{\rho}(t); \quad c_1 := \frac{1}{\max_{0 \leq t \leq \infty} N_0(t)} \quad (\text{D.3})$$

とかける .  $\mathbf{R}$  は準正定対称行列で  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{R}^{T/2}$  を満たす平方根行列  $\mathbf{R}^{1/2}$  が存在するので ,

(D.3) 式は  $-\dot{W}(\hat{\rho}) = c_1 \|\mathbf{R}^{T/2} \tilde{\rho}\|^2$  と表せる . 上式の両辺を積分すると

$$c_1 \int_0^\infty \|\mathbf{R}^{T/2} \tilde{\rho}\|^2 dt = W(0) - W(\infty) < \infty \quad (\text{D.4})$$

となり ,  $\mathbf{R}^{T/2}(\cdot) \tilde{\rho}(\cdot) \in L_2$  がいえる . このことと  $\mathbf{R}^{T/2}(\cdot) \in L_\infty$  および (3.3.3) 式から  $\hat{\rho}(\cdot) \in L_\infty \cap L_2$  がいえる .

(a-3) の証明

$(D + \lambda_1)(\tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho}) = 2\dot{\tilde{\rho}}^T \mathbf{R} \tilde{\rho} + \tilde{\rho}^T (D + \lambda_1) \mathbf{R} \tilde{\rho}$  より , 両辺を積分すると次式を得る .

$$\int_0^\infty \tilde{\rho}^T (D + \lambda_1) \mathbf{R} \tilde{\rho} dt = [\tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho}]_0^\infty + \lambda_1 \int_0^\infty \tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho} dt + 2 \int_0^\infty \tilde{\rho}^T \mathbf{R} \Gamma(\hat{\rho}) \mathbf{R} \tilde{\rho} dt \quad (\text{D.5})$$

$\frac{d}{dt}(\tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho}) = 2\dot{\tilde{\rho}}^T \mathbf{R} \tilde{\rho} + \tilde{\rho}^T \dot{\mathbf{R}} \tilde{\rho}$  より ,  $\frac{d}{dt}(\tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho}) \in L_\infty$  がいえるので , このことと  $\tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho} \in L_\infty \cap L_2$  であることから  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho} = 0$  となる . これより (D.5) 式が

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \|A_f \tilde{\rho} / N\|^2 dt &\leq \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho} + \lambda_1 \int_0^\infty \tilde{\rho}^T \mathbf{R} \tilde{\rho} dt \\ &\quad + 2 \int_0^\infty \|\tilde{\rho}^T \mathbf{R}^{1/2}\| \|\mathbf{R}^{1/2} \Gamma(\hat{\rho}) \mathbf{R}^{1/2}\| \|\mathbf{R}^{1/2} \tilde{\rho}\| dt \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

とかけるので  $A_f(\cdot) \tilde{\rho}(\cdot) / N(\cdot) \in L_2$  がいえる .

Q. E. D.

## 付録E 補題3-2の証明

$A_f$  はつぎのように計算される .

$$\begin{aligned}
 A_f = & \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 & \dot{\theta}_1 & 0 \\ 0 & \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 & 0 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{1df} & \ddot{\theta}_{2df} & 0 & \dot{\theta}_{1d} & 0 \\ 0 & \ddot{\theta}_{1df} + \ddot{\theta}_{2df} & 0 & 0 & \dot{\theta}_{2df} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & (2\dot{\theta}_{1d} + \dot{\theta}_{2d}) \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_{1d} \cos \theta_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} -f\dot{\theta}_{1f} & -f\dot{\theta}_{2f} & -f[(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2]_f & 0 & 0 \\ 0 & -f[\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2]_f & [\psi \sin \theta_2 - f\dot{\theta}_1 \cos \theta_2]_f & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -f[(2\dot{\theta}_{1d} + \dot{\theta}_{2d}) \cos \theta_2]_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [(\dot{\theta}_{1d}^2 + \dot{\theta}_{1d}\dot{\theta}_{2d}) \sin \theta_2 - f\dot{\theta}_{1d} \cos \theta_2]_f & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{E.1}
 \end{aligned}$$

(E.1) 式と (3.1.15) 式から , 制御系の内部状態を  $x := [x_1^T, x_2^T]^T$  とおくと Fig. E.1 のブロック線図が得られる .

(3.3.23) 式の  $x(t)$  は次式で与えられる .

$$x(t) = e^{Kt} x(0) + \int_0^t e^{K(t-\sigma)} G(x, \sigma) A_f(x, \sigma) \tilde{\rho}(\sigma) d\sigma \tag{E.2}$$

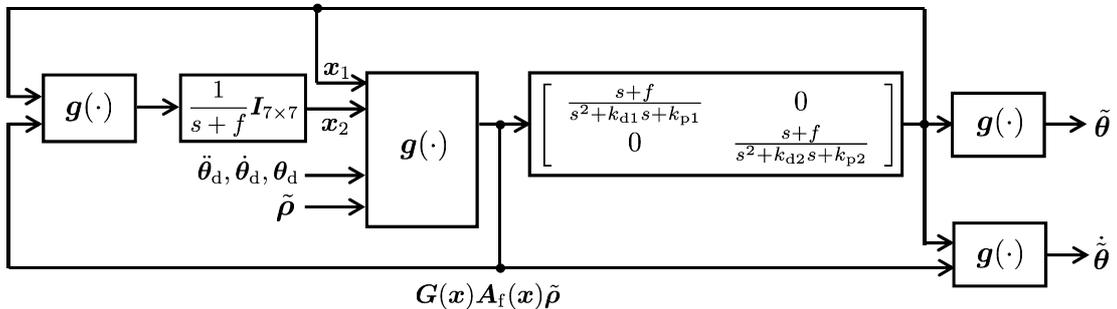


Fig. E.1: Block diagram of rigid link robot arm

(E.2) 式は次式のように評価できる .

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{x}(t)\|^2 &\leq 2\|e^{\mathbf{K}t}\mathbf{x}(0)\|^2 + 2\left\|\int_0^t e^{\mathbf{K}(t-\sigma)}\mathbf{G}(\mathbf{x},\sigma)\mathbf{A}_f(\mathbf{x},\sigma)\tilde{\boldsymbol{\rho}}(\sigma)d\sigma\right\|^2 \\
&\leq c + c\int_0^t e^{\mathbf{K}(t-\sigma)}\|\mathbf{A}_{\text{fN}}(\mathbf{x},\sigma)\tilde{\boldsymbol{\rho}}(\sigma)\|^2\{\eta + \text{trace}(\mathbf{A}_f(\mathbf{x},\sigma)\mathbf{A}_f^T(\mathbf{x},\sigma))\}d\sigma \\
&\leq c + c\int_0^t e^{\mathbf{K}(t-\sigma)}\|\mathbf{A}_{\text{fN}}(\mathbf{x},\sigma)\tilde{\boldsymbol{\rho}}(\sigma)\|^2\|\mathbf{x}(\sigma)\|^2d\sigma
\end{aligned}
\tag{E.3}$$

ここに,  $c > 0$  は generic constant である .

(E.3) 式は, Bellman-Gronwall の補題 (例えば, 文献 [31], pp. 101–105) を適用すると次式で評価される .

$$\|\mathbf{x}(t)\|^2 \leq ce^{c\int_0^t\|\mathbf{A}_{\text{fN}}(\mathbf{x},\sigma)\tilde{\boldsymbol{\rho}}(\sigma)\|^2d\sigma}
\tag{E.4}$$

したがって, 適応則により  $\mathbf{A}_{\text{fN}}(\cdot)\tilde{\boldsymbol{\rho}}(\cdot) \in L_2$  がいえることから  $\mathbf{x}(\cdot) \in L_\infty$  である . Q. E. D.

## 付録F 適応制御器の安定度が劣化する領域

(4.2.1) 式から制御入力は次式で与えられる。

$$u(t) = \frac{y_m^{[2]}(t) - \sum_{i=2}^4 \zeta_i^{[2]}(t) \hat{\rho}_i(t) - f(t)}{\hat{\rho}_1(t)} \quad (\text{F.1})$$

$$f(t) = \sum_{j=1}^2 {}_2C_j \cdot \left( \zeta^{[2-j]}(t) \right)^T \hat{\rho}^{(j)}(t) \quad (\text{F.2})$$

ここで、 $\hat{\rho}(t)$  を  $\hat{\rho}$  で固定する。その上で (F.1) 式をラプラス変換し、 $U(s)$  について整理すると次式を得る。

$$U(s) = \frac{1}{s\hat{\rho}_1 + f\hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2} \cdot \frac{N_m(s)(s+f)^3}{D_m(s)} \cdot R(s) - \frac{(s+f)\hat{\rho}_3 + \hat{\rho}_4}{s\hat{\rho}_1 + f\hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2} \cdot Y(s) - \frac{s+f}{s\hat{\rho}_1 + f\hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2} \cdot F(s) \quad (\text{F.3})$$

このとき、(F.1) 式においてパラメータを一定値で置き換えたときの安定な領域  $\Theta_s$  は次式となる。

$$\hat{\rho}_1 > 0 \quad (\text{F.4})$$

$$f\hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2 > 0 \quad (\text{F.5})$$

このとき明らかなのは、

- (i) 適応制御器の可調整パラメータが  $\Theta_s$  の補集合領域に留まると、適応制御器は不安定化する。
- (ii) 過渡的に  $\Theta_s$  の補集合領域を通過すると、通過しない場合に比べて適応制御器の安定度が劣化し、制御量の過渡応答が悪くなる場合がある。



## 付録G クラス $\mathcal{S}(w)$ の定義

$\mathcal{S}(w)$  は以下で定義される .

【定義】 ( $w$ -small in the mean square sense (文献 [31] , p.85))

$x(\cdot) \in L_{2e}$ ,  $w \in L_{1e}$  ( $x : \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $w : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$ ) に対し ,

$x(\cdot) \in \mathcal{S}(w)$  ならば ,  $x(t)$  は  $w$ -small in the mean square sense という .

ここに , ある  $w$  に対して  $\mathcal{S}(w)$  は以下で定義される .

$$\mathcal{S}(w) = \left\{ x, w \left| \int_t^{t+T} x^T(\tau)x(\tau)d\tau \leq c_0 \int_t^{t+T} w(\tau)d\tau + c_1, \forall t, T \geq 0 \right. \right\}$$

$c_0, c_1 > 0$  はある有限な正定数である . また ,  $c_0$  は  $w$  に依存しない定数である .



## 付録H $\dot{V}(t)$ の導出

(i) Scheme 1

(5.2.9) 式の解軌道に沿って  $\dot{V}(t)$  を評価すると

$$\dot{V}(t) = - \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_i}{\gamma(\bar{\alpha}_1 - \hat{\alpha}(t))(\hat{\alpha}(t) - \underline{\alpha}_1)} \tilde{\alpha}_i(t) \dot{\hat{\alpha}}(t) - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \quad (\text{B.1})$$

ここに,  $\tilde{\alpha}_i(t) := \alpha_i - \hat{\alpha}_i(t)$ . 上式に (5.2.9) 式を代入すると

$$\dot{V}(t) = - \frac{1}{N_0(t)} \tilde{\alpha}^T(t) \mathbf{T}^T [\mathbf{p}(t) - \mathbf{R}(t) \mathbf{T} \hat{\alpha}(t)] - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \quad (\text{B.2})$$

ここで,  $\hat{\alpha}(t) = \mathbf{T}^{-1} \hat{\rho}$  の関係から次式を得る.

$$\dot{V}(t) = - \frac{1}{N_0(t)} \tilde{\rho}^T(t) [\mathbf{p}(t) - \mathbf{R}(t) \hat{\rho}(t)] - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \quad (\text{B.3})$$

(5.2.2), (5.2.3), (5.2.4) 式および (2.3.15) 式から

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= - \frac{1}{N_0(t)} \tilde{\rho}^T(t) \int_0^t h(t-\sigma) \{y_N(\sigma) - \zeta_N^T(\sigma) \hat{\rho}(t)\} \zeta_N(\sigma) d\sigma \\ &\quad - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \\ &= - \frac{1}{N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \{y_N(\sigma) - \zeta_N^T(\sigma) \hat{\rho}(t)\} \zeta_N^T(\sigma) \{\rho^* - \hat{\rho}(t)\} d\sigma \\ &\quad - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

ここで,  $\zeta_N^T(t) \rho^* = y_N(t) - \eta_N(t) - \epsilon_N(t)$  と (5.2.7) 式の関係を用いると

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= - \frac{1}{N_0(t)} \left[ J(t) - J^{1/2}(t) \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N(\sigma) d\sigma + \frac{1}{2} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \right] \\ &\quad + \frac{J^{1/2}}{N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \eta_N(\sigma) d\sigma \\ &= - \frac{J(t)}{2N_0(t)} - \frac{\left( J^{1/2}(t) - \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N(\sigma) d\sigma \right)^2}{2N_0(t)} + \frac{J^{1/2}}{N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \eta_N(\sigma) d\sigma \\ &\leq - \frac{J(t)}{2N_0(t)} + \frac{J^{1/2}}{N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \eta_N(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

ここで,  $-\frac{a^2}{2N} + \frac{ab}{N} \leq -\frac{a^2}{4N} + \frac{b^2}{N}$  という関係を用いると, (B.5) 式は以下のように評価できる.

$$\dot{V}(t) \leq - \frac{J(t)}{4N_0(t)} + \frac{z_N(t)}{N_0(t)} \quad (\text{B.6})$$

(ii) Scheme 2

(5.2.9) 式の解軌道に沿って  $\dot{V}(t)$  を評価すると

$$\dot{V}(t) = - \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_i^2}{\gamma(\bar{\alpha}_1 - \hat{\alpha}(t))^2(\hat{\alpha}(t) - \underline{\alpha}_1)^2} \tilde{\alpha}_i(t) \dot{\hat{\alpha}}(t) - \frac{1}{2N_0(t)} \int_0^t h(t-\sigma) \epsilon_N^2(\sigma) d\sigma \quad (\text{B.7})$$

ここで, Scheme 2 で構成される (5.2.9) 式を上式に代入すると (B.2) 式を得る. 以下 Scheme 1 と同様に示すことができる. Q. E. D.

## 付録I 総運動エネルギー $T$ 及び総ポテンシャルエネルギー $U$ の導出

本論文では、総運動エネルギー  $T$  を  $T_{01}$  (第1モータの回転運動エネルギー)、 $T_{l1}$  (リンク1の運動エネルギー)、 $T_{02}$  (第2モータの回転運動エネルギー)、 $T_{l2}$  (リンク2の運動エネルギー)、 $T_s$  (リンク先端の運動エネルギー) の総和とする。また水平2自由度機構であるため重力の影響は考えないが、柔軟リンクであるため各リンクのひずみエネルギー  $U_1, U_2$  の総和を総ポテンシャルエネルギー  $U$  とする。各エネルギーは以下のように導出できる。ただし  $i = 1, 2$  とする。また、リンク先端のたわみ量を  $w_i(l_i, t)$  とする。 $r_1(l_1, t)$  は基本座標系におけるリンク1上の位置ベクトルを表し、 $r_2(l_2, t)$  は基本座標系におけるリンク2上の位置ベクトルを表している (Fig.I.1)。用いる記号の説明を TableI.1 に示す。

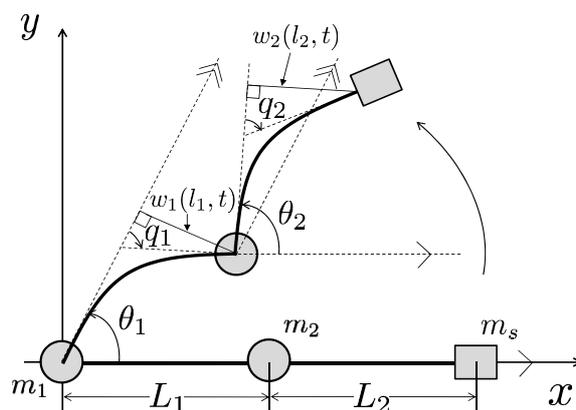


Fig. I.1: The definition of  $q_i, \theta_i$  and  $w_i(l_i, t)$  ( $i = 1, 2$ )

Table I.1: Definition of physical parameters

$L_i$	リンク $i$ の長さ [m]
$m_i$	リンク $i$ の質量 [kg]
$m_s$	リンク先端の質量 [kg]
$J_i$	リンク $i$ の関節角まわりの慣性モーメント [ $\text{kgm}^2$ ]
$E_i$	リンク $i$ のヤング率 [ $\text{N/m}^2$ ]
$\Phi_i$	リンク $i$ の断面 2 次モーメント [ $\text{m}^4$ ]
$B_{1i}$	リンク $i$ の粘性摩擦係数 [ $\text{Nms/rad}$ ]
$B_{2i}$	リンク $i$ の粘性摩擦係数 [ $\text{Nms/rad}$ ]

$$T := T_{01} + T_{l1} + T_{02} + T_{l2} + T_s \quad (\text{I.1})$$

$$T_{01} := \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 \quad (\text{I.2})$$

$$T_{li} := \int_0^{L_i} \frac{1}{2} \sigma_i H_i \dot{\mathbf{r}}_i^T(l_i, t) \dot{\mathbf{r}}_i(l_i, t) dl_i ; (i = 1, 2) \quad (\text{I.3})$$

$$T_{02} := \frac{1}{2} J_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \quad (\text{I.4})$$

$$T_s := \frac{1}{2} m_s \dot{\mathbf{r}}_2^T(L_2, t) \dot{\mathbf{r}}_2(L_2, t) \quad (\text{I.5})$$

$$U := U_1 + U_2 \quad (\text{I.6})$$

$$U_i := \int_0^{L_i} \frac{1}{2} E_i \Phi_i \left( \frac{\partial^2 w_i(l_i, t)}{\partial l_i^2} \right)^2 dl_i ; (i = 1, 2) \quad (\text{I.7})$$

$$\mathbf{r}_1(l_1, t) := \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_1 + w_1(l_1, t) \sin \theta_1 \\ l_1 \sin \theta_1 - w_1(l_1, t) \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.8})$$

$$\mathbf{r}_2(l_2, t) := \begin{bmatrix} L_1 \cos \theta_1 + w_1(L_1, t) \sin \theta_1 \\ L_1 \sin \theta_1 - w_1(L_1, t) \cos \theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + w_2(l_2, t) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - w_2(l_2, t) \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

$$w_1(l_1, t) := -l_1 \sin \frac{2}{3} q_1 - \frac{l_1^3 - 3L_1 l_1^2 + 2L_1^2 l_1}{L_1^2} \left( \tan q_1 + \sin \frac{2}{3} q_1 \right) \quad (\text{I.10})$$

$$w_2(l_2, t) := \frac{3L_2 l_2^2 - l_2^3}{3L_2^2} \tan q_2 \quad (\text{I.11})$$

たわみ量  $w_1(l_1, t)$  ,  $w_2(l_2, t)$  とたわみ角  $q_1$  ,  $q_2$  の導出 [64]

たわみ量  $w_1(l_1, t)$  ,  $w_2(l_2, t)$  とたわみ角  $q_1$  ,  $q_2$  を導出するまでの過程と両者の関係について述べる．本研究のモデリングでは，Fig. I.2 に示すようにリンク 1 を両端支持はり，リンク 2 を片持はりと想定してモデルの構築を行った．たわみのモデル化にあたっては，ベルヌーイ・オイラーの仮定 [81] を適用した．

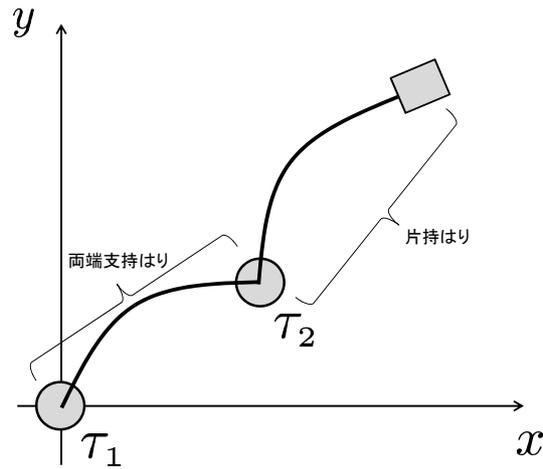


Fig.I.2: Modeling of 2DOF flexible robot arm

1 次の曲げモードのみが支配的と仮定し，幾何学的にたわみ量  $w_1(l_1, t)$  ,  $w_2(l_2, t)$  とたわみ角  $q_1$  ,  $q_2$  を求める .

【 $w_1(l_1, t)$  の導出】

Figure I.3 はリンク 1 の根元のモータに対して反時計まわりにトルクをかけ，リンク 1 が図のようにたわんだ様子を示している . リンク両端を結んだ線を  $X_1$  軸，リンク根元の接線を  $X_2$  軸とする .  $X_1$  軸と  $X_2$  軸のなす角を  $z_1$  , リンク先端の接線と  $X_1$  軸のなす角を  $z_2$  , リンク先端の接線と  $X_2$  軸のなす角をたわみ角  $q_1$  とする .

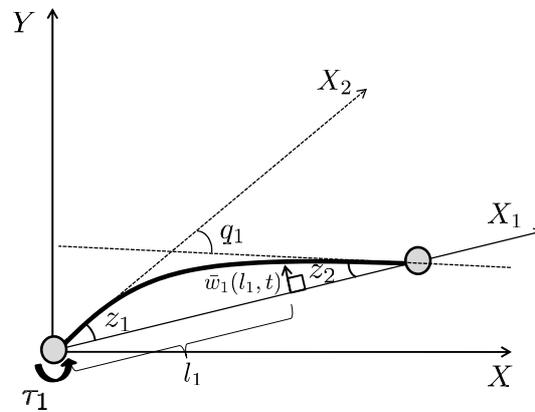


Fig. I.3: Modeling of deflection

このとき，リンク両端のたわみ角  $z_1$  ,  $z_2$  は次のような関係を持つ [81] .

$$z_1 = 2z_2 \tag{I.12}$$

また，幾何学的に  $q_1$  は以下の関係を満たす .

$$\begin{aligned} q_1 &= z_1 + z_2 \\ &= \frac{3}{2}z_1 \end{aligned} \tag{I.13}$$

リンクの根元から任意の距離  $l_1$  の位置におけるたわみ量  $\bar{w}_1(l_1, t)$  は以下のように与えられる .

$$\begin{aligned}\bar{w}_1(l_1, t) &= \frac{M(l_2, t)L_1^2}{6E_1I_1} \left( \frac{L_1 - l_1}{L_1} \right) \left( 1 - \left( \frac{L_1 - l_1}{L_1} \right)^2 \right) \\ &= \frac{M(l_2, t)}{6E_1I_1L_1} (l_1^3 - 3L_1l_1^2 + 2L_1^2l_1)\end{aligned}\quad (\text{I.14})$$

ここに ,  $M(l_2, t)$  は曲げモーメント .

ここで , ひずみゲージの位置関係について明らかにする . Fig.I.4 はリンク上におけるひずみゲージの位置関係について示した図である . 破線はリンクの中立軸を示している . ひずみゲージは , リンク根元から  $x_0$  , 中立軸から  $y$  の位置に装着されているものとする .

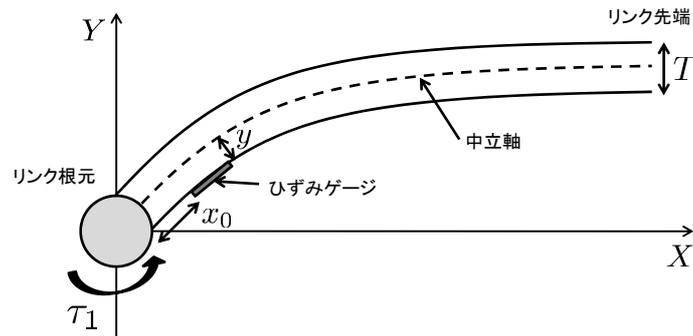


Fig.I.4: Position of the strain gauge

このとき , 曲げモーメント  $M(x_0, t)$  とひずみ量  $\epsilon(x_0, y, t)$  は以下のような与えられる .

$$M(x_0, t) = \frac{EI}{y} \epsilon(x_0, y, t) \quad (\text{I.15})$$

$y = \frac{T}{2}$  であることから ,

$$M(x_0, t) = \frac{2EI}{T} \epsilon \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right) \quad (\text{I.16})$$

(I.16) 式を (I.14) 式に代入するとたわみ  $w_1(l_1, t)$  は次のように求められる .

$$\bar{w}_1(l_1, t) = \frac{\epsilon \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right)}{3L_1T} (l_1^3 - 3L_1l_1^2 + 2L_1^2l_1) \quad (\text{I.17})$$

ここに , Fig.I.5 は  $XY$  座標系 (基準座標系) ,  $X_1Y_1$  座標系 ,  $X_2Y_2$  座標系を同時に示した図である .  $X_1Y_1$  座標系に関して , リンク根元からの任意の距離  $l_1$  と  $l_1$  の位置におけるたわみ量  $\bar{w}_1(l_1, t)$  の位置ベクトルを  $\bar{r}_1(l_1, t)$  とする .  $X_2Y_2$  座標系に関して , リンク根元からの任意の距離  $l_1$  と  $l_1$  の位置におけるたわみ量  $w_1(l_1, t)$  の位置ベクトルを  $r_1(l_1, t)$  とする .

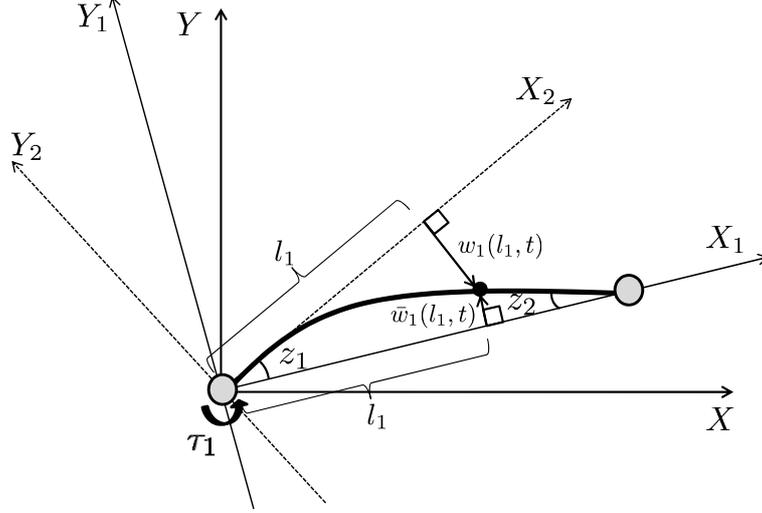


Fig. I.5: Deflection of link 1

最終的には,  $X_1Y_1$  座標系における位置ベクトル  $\bar{r}_1(l_1, t)$  を  $X_2Y_2$  座標系における位置ベクトル  $r_1(l_1, t)$  として示したい. このため, 回転行列

$$\begin{bmatrix} \cos z_1 & \sin z_1 \\ -\sin z_1 & \cos z_1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.18})$$

を用いることによって  $\bar{r}_1(l_1, t)$  を  $r_1(l_1, t)$  として表すと, 次式で与えられる.

$$\begin{aligned} r_1(l_1, t) &= \begin{bmatrix} \cos z_1 & \sin z_1 \\ -\sin z_1 & \cos z_1 \end{bmatrix} \bar{r}_1(l_1, t) \\ &= \begin{bmatrix} l_1 \cos z_1 + \frac{\epsilon\left(x_0, \frac{T}{2}, t\right)}{3L_1T} (l_1^3 - 3L_1l_1^2 + 2L_1^2l_1) \sin z_1 \\ -l_1 \sin z_1 + \frac{\epsilon\left(x_0, \frac{T}{2}, t\right)}{3L_1T} (l_1^3 - 3L_1l_1^2 + 2L_1^2l_1) \cos z_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

ここに,

$$\bar{r}_1(l_1, t) = \begin{bmatrix} l_1 \\ \frac{\epsilon\left(x_0, \frac{T}{2}, t\right)}{3L_1T} (l_1^3 - 3L_1l_1^2 + 2L_1^2l_1) \end{bmatrix} \quad (\text{I.20})$$

したがって,  $w_1(l_1, t)$  が次式で与えられる.

$$w_1(l_1, t) = -l_1 \sin z_1 - \frac{\epsilon\left(x_0, \frac{T}{2}, t\right)}{3L_1T} (l_1^3 - 3L_1l_1^2 + 2L_1^2l_1) \cos z_1 \quad (\text{I.21})$$

(I.21) 式を  $l_1$  で偏微分すると以下ようになる.

$$\frac{\partial w_1(l_1, t)}{\partial l_1} = -\sin z_1 + \frac{\epsilon\left(x_0, \frac{T}{2}, t\right)}{3L_1T} (3l_1^2 - 6L_1l_1 + 2L_1^2) \cos z_1 \quad (\text{I.22})$$

(I.22) 式の右辺に  $l_1 = L_1$  を代入すると以下の関係を満足する .

$$-\sin z_1 - \frac{L_1^2 \epsilon \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right)}{3L_1 T} \cos z_1 = \tan q_1 \quad (\text{I.23})$$

(I.23) 式を (I.24) 式のように変形し , (I.21) 式に代入すると  $w_1(l_1, t)$  は最終的に (I.25) 式のように求めることができる .

$$\epsilon \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right) = -\frac{3L_1 T}{L_1^2 \cos z_1} (\tan q_1 + \sin z_1) \quad (\text{I.24})$$

$$w_1(l_1, t) = -l_1 \sin \frac{2}{3} q_1 - \frac{1}{L_1^2} (l_1^3 - 3L_1 l_1^2 + 2L_1^2 l_1) \left( \tan q_1 + \sin \frac{2}{3} q_1 \right) \quad (\text{I.25})$$

【 $w_2(l_2, t)$  の導出】

リンク 2 を片持はりとして仮定し , Fig. I.6 のようにはりの先端に仮想的な力  $F(t)$  が加えられているとする .

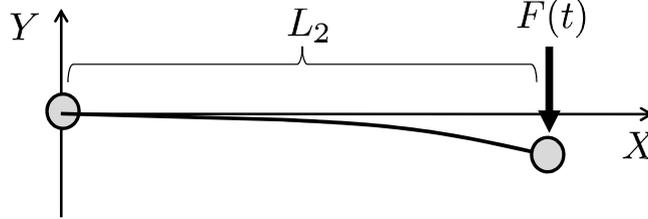


Fig. I.6: Relationship between cantilever beam and virtual force  $F(t)$

ここでは ,  $F(t)$  が実際には入手できない情報なので , ひずみゲージから得られるひずみ量  $\epsilon$  を用いてたわみ量  $w_2(l_2, t)$  を表現する .

まず , たわみの微分方程式 [81]

$$\frac{\partial^2 w_2(l_2, t)}{\partial l_2^2} = \frac{M(l_2, t)}{EI} \quad (\text{I.26})$$

に対して曲げモーメント  $M(l_2, t) = F(t)(L_2 - l_2)$  を代入すると

$$\frac{\partial^2 w_2(l_2, t)}{\partial l_2^2} = \frac{F(t)}{EI} (L_2 - l_2) \quad (\text{I.27})$$

(I.27) 式を積分すると以下のように表される .

$$\frac{\partial w_2(l_2, t)}{\partial l_2} = \frac{F(t)}{EI} \left( L_2 l_2 - \frac{l_2^2}{2} \right) + C_1 \quad (\text{I.28})$$

ここに ,  $C_1$  は積分定数 . さらに , (I.28) 式を積分するとたわみ量  $w_2(l_2, t)$  が導出される .

$$w_2(l_2, t) = \frac{F(t)}{EI} \left( \frac{L_2}{2} l_2^2 - \frac{l_2^3}{6} \right) + C_1 l_2 + C_2 \quad (\text{I.29})$$

ここに ,  $C_2$  は積分定数 .

$C_1, C_2$  は, 境界条件と (I.28) 式, (I.29) 式を用いて以下のように求められる.

(I.28) 式において, 境界条件を  $l_2 = 0$  の位置におくと

$$\frac{\partial w_2(l_2, t)}{\partial l_2} = 0 \quad (\text{I.30})$$

したがって,  $C_1 = 0$  となる. また, (I.29) 式において, 境界条件を  $l_2 = 0$  の位置におくと

$$w_2(l_2, t) = 0 \quad (\text{I.31})$$

したがって,  $C_2 = 0$  となる. 以上より, たわみ量  $w_2(l_2, t)$  は次式で与えられる.

$$w_2(l_2, t) = \frac{F(t)}{6EI} (3L_2 l_2^2 - l_2^3) \quad (\text{I.32})$$

$F(t)$  が実際には入手できる情報ではないため, ひずみゲージから得られるひずみ量  $\epsilon_2(x, y, t)$  を用いて (I.32) 式を書き改める.

曲げモーメント  $M(x, t)$ , 曲率半径  $\rho(x, t)$ , ひずみ量  $\epsilon_2(x, y, t)$  は以下の関係を満たす.

$$M(x, t) = F(t)(L_2 - x) \quad (\text{I.33})$$

$$\frac{1}{\rho(x, t)} = \frac{M(x, t)}{EI} \quad (\text{I.34})$$

$$\epsilon_2(x, y, t) = \frac{y}{\rho(x, t)} \quad (\text{I.35})$$

(I.33) 式を (I.34) 式に代入した式をさらに (I.35) 式に代入すると次式が導出される.

$$\epsilon_2(x, y, t) = \frac{F(t)(L_2 - x)y}{EI} \quad (\text{I.36})$$

ここで,  $x = x_0, y = T/2$  であることから, この関係を (I.36) 式に代入すると,  $F(t)$  が次式で与えられる.

$$F(t) = \frac{2EI}{(L_2 - x_0)T} \epsilon_2 \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right) \quad (\text{I.37})$$

したがって, (I.37) 式を (I.32) 式に代入するとたわみ量  $w_2(l_2, t)$  は次のように導出される.

$$w_2(l_2, t) = \frac{\epsilon_2 \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right)}{3(L_2 - x_0)T} (3L_2 l_2^2 - l_2^3) \quad (\text{I.38})$$

つぎに, (I.38) 式をたわみ角  $q_2(t)$  を用いて表現する. まず, (I.38) 式を  $l_2$  で偏微分し,  $l_2 = L_2$  とすると次式となる.

$$\frac{\partial w_2(l_2, t)}{\partial l_2} \Big|_{l_2=L_2} = \frac{\epsilon_2 \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right)}{(L_2 - x_0)T} L_2^2 \quad (\text{I.39})$$

(I.39) 式は Fig. I.7 に示すように, リンク先端位置における傾きを表している.

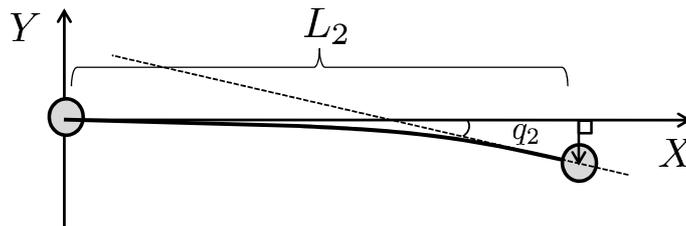


Fig. I.7: Slope at the position of the tip link

したがって次の関係が成り立つ .

$$\tan q_2(t) = \frac{L_2^2}{(L_2 - x_0)T} \epsilon_2 \left( x_0, \frac{T}{2}, t \right) \quad (\text{I.40})$$

(I.40) 式をおよび (I.38) 式から , 最終的にたわみ量  $w_2(l_2, t)$  が次式で与えられる .

$$w_2(l_2, t) = \frac{1}{3L_2^2} (3L_2 l_2^2 - l_2^3) \tan q_2 \quad (\text{I.41})$$

## 付録J 行列 $M_{i,j}$ , $C_{i,j}$ , $\Lambda(q)$ および $B_i$ ( $i = 1, 2, j = 1, 2$ ) の要素

$$M_{11}(\rho) := \begin{bmatrix} m_{111} & m_{112} \\ m_{112} & m_{212} \end{bmatrix} \quad (\text{K.1})$$

$$M_{12}(\rho) := \begin{bmatrix} m_{113} & m_{114} \\ m_{213} & m_{214} \end{bmatrix} \quad (\text{K.2})$$

$$M_{22}(\rho) := \begin{bmatrix} m_{313} & m_{314} \\ m_{314} & m_{414} \end{bmatrix} \quad (\text{K.3})$$

$$m_{111} := \rho_1 + \rho_3 x_1 + \rho_4 x_2 + \rho_5 x_3^2 + 2\rho_7 x_4 + 4\rho_8 x_3 x_5 \quad (\text{K.4})$$

$$m_{112} := \rho_2 + \rho_5 x_3^2 + \rho_7 x_4 + 2\rho_8 x_3 x_5 \quad (\text{K.5})$$

$$m_{113} := \rho_3 x_6 + \rho_4 x_7 + \frac{2}{3}\rho_7 x_8 + \frac{4}{3}\rho_8 x_9 \quad (\text{K.6})$$

$$m_{114} := \rho_6 x_{10} + 2\rho_8 x_4 x_{10} \quad (\text{K.7})$$

$$m_{212} := \rho_2 + \rho_5 x_3^2 \quad (\text{K.8})$$

$$m_{213} := \frac{2}{3}\rho_7 x_8 + \frac{4}{3}\rho_8 x_9 \quad (\text{K.9})$$

$$m_{214} := \rho_6 x_{10} \quad (\text{K.10})$$

$$m_{313} := \rho_4 x_7^2 + \rho_3 x_{11} \quad (\text{K.11})$$

$$m_{314} := \frac{4}{3}\rho_8 x_8 x_{10} \quad (\text{K.12})$$

$$m_{414} := \rho_5 x_{10}^2 \quad (\text{K.13})$$

$$x_1 := \frac{9}{14} \sin^2 \frac{2}{3} q_1 + \frac{27}{70} \sin \frac{2}{3} q_1 \tan q_1 + \frac{8}{105} \tan^2 q_1 \quad (\text{K.14})$$

$$x_2 := \sin^2 \frac{2}{3} q_1 \quad (\text{K.15})$$

$$x_3 := \tan q_2 \quad (\text{K.16})$$

$$x_4 := \cos \theta_2 + \sin \frac{2}{3} q_1 \sin \theta_2 \quad (\text{K.17})$$

$$x_5 := \sin \theta_2 - \sin \frac{2}{3} q_1 \cos \theta_2 \quad (\text{K.18})$$

$$x_6 := \frac{3}{10} \cos \frac{2}{3} q_1 + \frac{7}{60} \sec^2 q_1 \quad (\text{K.19})$$

$$x_7 := \frac{2}{3} \cos \frac{2}{3} q_1 \quad (\text{K.20})$$

$$x_8 := \cos \frac{2}{3} q_1 \cos \theta_2 \quad (\text{K.21})$$

$$x_9 := \cos \frac{2}{3} q_1 \sin \theta_2 \tan q_2 \quad (\text{K.22})$$

$$x_{10} := -\sec^2 q_2 \quad (\text{K.23})$$

$$x_{11} := \frac{2}{7} \cos^2 \frac{2}{3} q_1 + \frac{9}{35} \cos \frac{2}{3} q_1 \sec^2 q_1 + \frac{8}{105} \sec^4 q_1 \quad (\text{K.24})$$

$$\mathbf{C}_{11}(\boldsymbol{\rho}) := \begin{bmatrix} c_{111} & c_{112} \\ c_{113} & c_{114} \end{bmatrix} \quad (\text{K.25})$$

$$\mathbf{C}_{12}(\boldsymbol{\rho}) := \begin{bmatrix} c_{121} & c_{122} \\ c_{123} & c_{124} \end{bmatrix} \quad (\text{K.26})$$

$$\mathbf{C}_{21}(\boldsymbol{\rho}) := \begin{bmatrix} c_{211} & c_{212} \\ c_{213} & c_{214} \end{bmatrix} \quad (\text{K.27})$$

$$\mathbf{C}_{22}(\boldsymbol{\rho}) := \begin{bmatrix} c_{221} & c_{222} \\ c_{223} & c_{224} \end{bmatrix} \quad (\text{K.28})$$

$$c_{111} := \dot{\theta}_2 [-2\rho_7 x_5 + 4\rho_8 x_3 x_4] + \dot{q}_1 \left[ \rho_3 y_1 + \frac{4}{3}\rho_4 y_2 + \frac{4}{3}\rho_7 y_3 - \frac{8}{3}\rho_8 y_8 \right] \quad (\text{K.29})$$

$$+ \dot{q}_2 [-4\rho_8 x_5 x_{10} - 2\rho_5 x_3 x_{10}] \quad (\text{K.30})$$

$$c_{112} := \dot{\theta}_2 [-\rho_7 x_5 + 2\rho_8 x_3 x_4] + \dot{q}_2 [-4\rho_8 x_5 x_{10} - 2\rho_5 x_3 x_{10}] \quad (\text{K.31})$$

$$c_{113} := \dot{\theta}_1 [\rho_7 x_5 - 2\rho_8 x_3 x_4] + \dot{q}_1 \left[ \frac{4}{3}\rho_7 y_3 - \frac{8}{3}\rho_8 y_8 \right] + \dot{q}_2 [-2\rho_5 x_3 x_{10}] \quad (\text{K.32})$$

$$c_{114} := \dot{q}_2 [-2\rho_5 x_3 x_{10}] \quad (\text{K.33})$$

$$c_{121} := \dot{q}_1 \left[ \rho_3 y_4 + \rho_4 y_5 - \frac{4}{9}\rho_7 y_6 - \frac{8}{9}\rho_8 y_7 \right] \quad (\text{K.34})$$

$$c_{122} := \dot{q}_2 [4\rho_8 x_3 x_4 x_{10} + 2\rho_6 x_3 x_{10}] \quad (\text{K.35})$$

$$c_{123} := \dot{q}_1 \left[ -\frac{4}{9}\rho_7 y_6 - \frac{8}{9}\rho_8 y_7 \right] \quad (\text{K.36})$$

$$c_{124} := \dot{q}_2 [2\rho_6 x_3 x_{10}] \quad (\text{K.37})$$

$$c_{211} := \dot{\theta}_1 \left[ -\frac{1}{2}\rho_3 y_1 - \frac{2}{3}\rho_4 y_2 - \frac{2}{3}\rho_7 y_3 + \frac{4}{3}\rho_8 y_8 \right] \quad (\text{K.38})$$

$$+ \dot{\theta}_2 \left[ -\frac{4}{3}\rho_7 y_3 + \frac{8}{3}\rho_8 y_8 \right] + \dot{q}_2 \left[ -\frac{8}{3}\rho_8 y_3 x_{10} \right] \quad (\text{K.39})$$

$$c_{212} := \dot{\theta}_2 \left[ -\frac{2}{3}\rho_7 y_3 + \frac{4}{3}\rho_8 y_8 \right] + \dot{q}_2 \left[ -\frac{8}{3}\rho_8 y_3 x_{10} \right] \quad (\text{K.40})$$

$$c_{213} := \dot{\theta}_1 [2\rho_8 x_5 x_{10} + \rho_5 x_3 x_{10}] + \dot{\theta}_2 [2\rho_5 x_3 x_{10}] + \dot{q}_1 \left[ \frac{8}{3}\rho_8 y_3 x_{10} \right] \quad (\text{K.41})$$

$$c_{214} := \dot{\theta}_2 [\rho_5 x_3 x_{10}] \quad (\text{K.42})$$

$$c_{221} := \dot{q}_1 \left[ \rho_3 y_9 - \frac{8}{27}\rho_4 y_2 \right] \quad (\text{K.43})$$

$$c_{222} := \dot{q}_2 \left[ \frac{8}{3}\rho_8 x_{10} y_8 \right] \quad (\text{K.44})$$

$$c_{223} := \dot{q}_1 \left[ -\frac{8}{9} \rho_8 x_{10} y_6 \right] \quad (\text{K.45})$$

$$c_{224} := \dot{q}_2 \left[ 2\rho_5 x_3 x_{10}^2 \right] \quad (\text{K.46})$$

$$y_1 := \frac{6}{7} \cos \frac{2}{3} q_1 \sin \frac{2}{3} q_1 + \frac{27}{70} \sec^2 q_1 \sin \frac{2}{3} q_1 + \frac{9}{35} \cos \frac{2}{3} q_1 \tan q_1 + \frac{16}{105} \sec^2 q_1 \tan q_1 \quad (\text{K.47})$$

$$y_2 := \cos \frac{2}{3} q_1 \sin \frac{2}{3} q_1 \quad (\text{K.48})$$

$$y_3 := \cos \frac{2}{3} q_1 \sin \theta_2 \quad (\text{K.49})$$

$$y_4 := -\frac{1}{5} \sin \frac{2}{3} q_1 + \frac{7}{30} \sec^2 q_1 \tan q_1 \quad (\text{K.50})$$

$$y_5 := -\frac{4}{9} \sin \frac{2}{3} q_1 \quad (\text{K.51})$$

$$y_6 := \cos \theta_2 \sin \frac{2}{3} q_1 \quad (\text{K.52})$$

$$y_7 := \sin \frac{2}{3} q_1 \sin \theta_2 \tan q_2 \quad (\text{K.53})$$

$$y_8 := \cos \frac{2}{3} q_1 \cos \theta_2 \tan q_2 \quad (\text{K.54})$$

$$y_9 := -\frac{4}{21} \cos \frac{2}{3} q_1 \sin \frac{2}{3} q_1 - \frac{3}{35} \sec^2 q_1 \sin \frac{2}{3} q_1 + \frac{9}{35} \cos \frac{2}{3} q_1 \sec^2 q_1 \tan q_1 + \frac{16}{105} \sec^4 q_1 \tan q_1 \quad (\text{K.55})$$

$$\mathbf{\Lambda}(\mathbf{q}) := \begin{bmatrix} \rho_9 \left( 8 \cos \frac{2q_1}{3} + 12 \sec^2 q_1 \right) \left( \sin \frac{2q_1}{3} + \tan q_1 \right) \\ \frac{4\rho_{10}}{3} \sec^2 q_2 \tan q_2 \end{bmatrix} \quad (\text{K.56})$$

$$\mathbf{B}_1 := \begin{bmatrix} \rho_{11} & 0 \\ 0 & \rho_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{K.57})$$

$$\mathbf{B}_2 := \begin{bmatrix} \rho_{13} & 0 \\ 0 & \rho_{14} \end{bmatrix} \quad (\text{K.58})$$

## 付録K モデルパラメータ $\rho$

モデルパラメータ  $\rho$  は全部で 14 個あり,  $\rho := [\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5, \rho_6, \rho_7, \rho_8, \rho_9, \rho_{10}, \rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{14}]^T$  はつぎのように表される.

$$\rho_1 := J_1 + \frac{1}{3}m_1L_1^2 + m_2L_1^2 + m_sL_1^2 + J_2 + \frac{1}{3}m_2L_2^2 + m_sL_2^2 \quad (\text{J.1})$$

$$\rho_2 := J_2 + \frac{1}{3}m_2L_2^2 + m_sL_2^2 \quad (\text{J.2})$$

$$\rho_3 := m_1L_1^2 \quad (\text{J.3})$$

$$\rho_4 := m_2L_1^2 + m_sL_1^2 \quad (\text{J.4})$$

$$\rho_5 := \frac{11}{105}m_2L_2^2 + \frac{4}{9}m_sL_2^2 \quad (\text{J.5})$$

$$\rho_6 := \frac{11}{60}m_2L_2^2 + \frac{2}{3}m_sL_2^2 \quad (\text{J.6})$$

$$\rho_7 := \frac{1}{2}m_2L_1L_2 + m_sL_1L_2 \quad (\text{J.7})$$

$$\rho_8 := \frac{1}{8}m_2L_1L_2 + \frac{1}{3}m_sL_1L_2 \quad (\text{J.8})$$

$$\rho_9 := \frac{E_1\Phi_1}{L_1} \quad (\text{J.9})$$

$$\rho_{10} := \frac{E_2\Phi_2}{L_2} \quad (\text{J.10})$$

$$\rho_{11} := B_{11} \quad (\text{J.11})$$

$$\rho_{12} := B_{12} \quad (\text{J.12})$$

$$\rho_{13} := B_{21} \quad (\text{J.13})$$

$$\rho_{14} := B_{22} \quad (\text{J.14})$$

ここに,  $B_{ij}$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2$ ) は粘性摩擦係数  $B_1$  ( $:= \text{diag}\{B_{11}, B_{12}\}$ ) および  $B_2$  ( $:= \text{diag}\{B_{21}, B_{22}\}$ ) の要素である.



## 付録L 行列 $A_1$ および $A_2$ の導出

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{L.1})$$

$$\mathbf{A}_1 := \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1a}^T \\ \mathbf{a}_{1b}^T \end{bmatrix} \quad (\text{L.2})$$

$$\mathbf{a}_{1a} := \left[ a_{11a}, a_{12a}, a_{13a}, a_{14a}, a_{15a}, a_{16a}, a_{17a}, a_{18a}, a_{19a}, a_{110a}, a_{111a}, a_{112a}, a_{113a}, a_{114a} \right]^T \quad (\text{L.3})$$

$$a_{11a} := \ddot{\theta}_1 \quad (\text{L.4})$$

$$a_{12a} := \ddot{\theta}_2 \quad (\text{L.5})$$

$$a_{13a} := x_1 \ddot{\theta}_1 + x_6 \ddot{q}_1 + y_1 \dot{\theta}_1 \dot{q}_1 + y_4 \dot{q}_1^2 \quad (\text{L.6})$$

$$a_{14a} := x_2 \ddot{\theta}_1 + x_7 \ddot{q}_1 + \frac{4}{3} y_2 \dot{\theta}_1 \dot{q}_1 + y_5 \dot{q}_1^2 \quad (\text{L.7})$$

$$a_{15a} := x_3^2 \ddot{\theta}_1 + x_3^2 \ddot{\theta}_2 - 2x_3 x_{10} \dot{\theta}_1 \dot{q}_2 - 2x_3 x_{10} \dot{\theta}_2 \dot{q}_2 \quad (\text{L.8})$$

$$a_{16a} := x_{10} \ddot{q}_2 + 2x_3 x_{10} \dot{q}_2^2 \quad (\text{L.9})$$

$$a_{17a} := 2x_4 \ddot{\theta}_1 + x_4 \ddot{\theta}_2 + \frac{2}{3} x_8 \ddot{q}_1 + \frac{4}{3} y_3 \dot{\theta}_1 \dot{q}_1 - 2x_5 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - x_5 \dot{\theta}_2^2 - \frac{4}{9} y_6 \dot{q}_1^2 \quad (\text{L.10})$$

$$\begin{aligned} a_{18a} := & 4x_3 x_5 \ddot{\theta}_1 + 2x_3 x_5 \ddot{\theta}_2 + \frac{4}{3} x_9 \ddot{q}_1 + 2x_4 x_{10} \ddot{q}_2 - \frac{8}{3} y_8 \dot{\theta}_1 \dot{q}_1 - 4x_5 x_{10} \dot{\theta}_1 \dot{q}_2 \\ & + 4x_3 x_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2x_3 x_4 \dot{\theta}_2^2 - 4x_5 x_{10} \dot{\theta}_2 \dot{q}_2 - \frac{8}{9} y_7 \dot{q}_1^2 + 4x_3 x_4 x_{10} \dot{q}_2^2 \end{aligned} \quad (\text{L.11})$$

$$a_{19a} := 0 \quad (\text{L.12})$$

$$a_{110a} := 0 \quad (\text{L.13})$$

$$a_{111a} := \dot{\theta}_1 \quad (\text{L.14})$$

$$a_{112a} := 0 \quad (\text{L.15})$$

$$a_{113a} := 0 \quad (\text{L.16})$$

$$a_{114a} := 0 \quad (\text{L.17})$$

$$\mathbf{a}_{1b} := \left[ a_{11b}, a_{12b}, a_{13b}, a_{14b}, a_{15b}, a_{16b}, a_{17b}, a_{18b}, a_{19b}, a_{110b}, a_{111b}, a_{112b}, a_{113b}, a_{114b} \right]^T \quad (\text{L.18})$$

$$a_{11b} := 0 \quad (\text{L.19})$$

$$a_{12b} := \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 \quad (\text{L.20})$$

$$a_{13b} := 0 \quad (\text{L.21})$$

$$a_{14b} := 0 \quad (\text{L.22})$$

$$a_{15b} := x_3^2 \ddot{\theta}_1 + x_3^2 \ddot{\theta}_2 - 2x_3 x_{10} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{q}_2 \quad (\text{L.23})$$

$$a_{16b} := x_{10} \ddot{q}_2 + 2x_3 x_{10} \dot{q}_2^2 \quad (\text{L.24})$$

$$a_{17b} := x_4 \ddot{\theta}_1 + \frac{2}{3} x_8 \ddot{q}_1 + \frac{4}{3} y_3 \dot{\theta}_1 \dot{q}_1 + x_5 \dot{\theta}_1^2 - \frac{4}{9} y_6 \dot{q}_1^2 \quad (\text{L.25})$$

$$a_{18b} := 2x_3 x_5 \ddot{\theta}_1 + \frac{4}{3} x_9 \ddot{q}_1 - \frac{8}{3} y_8 \dot{\theta}_1 \dot{q}_1 - 2x_3 x_4 \dot{\theta}_1^2 - 4x_5 x_{10} \dot{\theta}_2 \dot{q}_2 - \frac{8}{9} y_7 \dot{q}_1^2 \quad (\text{L.26})$$

$$a_{19b} := 0 \quad (\text{L.27})$$

$$a_{110b} := 0 \quad (\text{L.28})$$

$$a_{111b} := 0 \quad (\text{L.29})$$

$$a_{112b} := \dot{\theta}_2 \quad (\text{L.30})$$

$$a_{113b} := 0 \quad (\text{L.31})$$

$$a_{114b} := 0 \quad (\text{L.32})$$

$$\mathbf{A}_2 := \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{2a}^T \\ \mathbf{a}_{2b}^T \end{bmatrix} \quad (\text{L.33})$$

$$\mathbf{a}_{2a} := \left[ a_{21a}, a_{22a}, a_{23a}, a_{24a}, a_{25a}, a_{26a}, a_{27a}, a_{28a}, a_{29a}, a_{210a}, a_{211a}, a_{212a}, a_{213a}, a_{214a} \right]^T \quad (\text{L.34})$$

$$a_{21a} := 0 \quad (\text{L.35})$$

$$a_{22a} := 0 \quad (\text{L.36})$$

$$a_{23a} := x_6 \ddot{\theta}_1 - \frac{1}{2} y_1 \dot{\theta}_1^2 + y_9 \dot{q}_1^2 + x_{11} \ddot{q}_1 \quad (\text{L.37})$$

$$a_{24a} := x_7 \ddot{\theta}_1 + x_7^2 \ddot{q}_1 - \frac{2}{3} y_2 \dot{\theta}_1^2 - \frac{8}{27} y_2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{L.38})$$

$$a_{25a} := 0 \quad (\text{L.39})$$

$$a_{26a} := 0 \quad (\text{L.40})$$

$$a_{27a} := \frac{2}{3} x_8 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) - \frac{2}{3} y_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \quad (\text{L.41})$$

$$a_{28a} := \frac{4}{3} x_9 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + \frac{4}{3} x_8 x_{10} \ddot{q}_2 + \frac{4}{3} y_8 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - \frac{8}{3} y_3 x_{10} \dot{q}_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{8}{3} y_8 x_{10} \dot{q}_2^2 \quad (\text{L.42})$$

$$a_{29a} := \left( 8 \cos \frac{2}{3} q_1 + 12 \sec^2 q_1 \right) \left( \sin \frac{2}{3} q_1 + \tan q_1 \right) \quad (\text{L.43})$$

$$a_{210a} := 0 \quad (\text{L.44})$$

$$a_{211a} := 0 \quad (\text{L.45})$$

$$a_{212a} := 0 \quad (\text{L.46})$$

$$a_{213a} := \dot{q}_1 \quad (\text{L.47})$$

$$a_{214a} := 0 \quad (\text{L.48})$$

$$\mathbf{a}_{2b} := \left[ a_{21b}, a_{22b}, a_{23b}, a_{24b}, a_{25b}, a_{26b}, a_{27b}, a_{28b}, a_{29b}, a_{210b}, a_{211b}, a_{212b}, a_{213b}, a_{214b} \right]^T \quad (\text{L.49})$$

$$a_{21b} := 0 \quad (\text{L.50})$$

$$a_{22b} := 0 \quad (\text{L.51})$$

$$a_{23b} := 0 \quad (\text{L.52})$$

$$a_{24b} := 0 \quad (\text{L.53})$$

$$a_{25b} := x_{10}^2 \ddot{q}_1 + x_3 x_{10} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2x_3 x_{10}^2 \dot{q}_2^2 \quad (\text{L.54})$$

$$a_{26b} := x_{10} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad (\text{L.55})$$

$$a_{27b} := 0 \quad (\text{L.56})$$

$$a_{28b} := 2x_4 x_{10} \ddot{\theta}_1 + \frac{4}{3} x_8 x_{10} \ddot{q}_1 + 2x_5 x_{10} \dot{\theta}_1^2 + \frac{8}{3} x_{10} y_3 \dot{\theta}_1 \dot{q}_1 - \frac{8}{9} x_{10} y_6 \dot{q}_1^2 \quad (\text{L.57})$$

$$a_{29b} := 0 \quad (\text{L.58})$$

$$a_{210b} := \frac{4}{3} \sec^2 q_2 \tan q_2 \quad (\text{L.59})$$

$$a_{211b} := 0 \quad (\text{L.60})$$

$$a_{212b} := 0 \quad (\text{L.61})$$

$$a_{213b} := 0 \quad (\text{L.62})$$

$$a_{214b} := \dot{q}_2 \quad (\text{L.63})$$

## 付録M 補題6-1の証明

(6.2.3), (6.2.4) 式から  $\dot{q}$  を消去した関係から, つぎのリンク角誤差方程式が得られる.

$$\tilde{M}e_1 = \tau - \beta_{10}(x, K); \beta_{10}(x, K) := \beta_1(x, K) + \dot{M}e_{1f} \quad (\text{M.1})$$

同様に (6.2.3), (6.2.4) 式から  $\ddot{\theta}$  を消去した関係から, つぎのたわみ角に関する微分方程式が得られる.

$$M_{22}e_2 = \beta_{20}(x, K) - M_0\tau; \beta_{20}(x, K) := \beta_2(x, K) - \dot{M}_{22}e_{2f} - \dot{M}\tau_f \quad (\text{M.2})$$

さらに, (M.1), (M.2) 式の両辺を伝達関数  $1/(s+f)$  のフィルタに通すと次式を得る.

$$\tilde{M}e_{1f} = \tau_f - \beta_{1f}(x, K) \quad (\text{M.3})$$

$$M_{22}e_{2f} = \beta_{2f}(x, K) - M_0\tau_f \quad (\text{M.4})$$

(6.3.1) 式を (M.3), (M.4) 式の誤差方程式に代入したときのブロック線図は, Fig.M.1 のように表される.

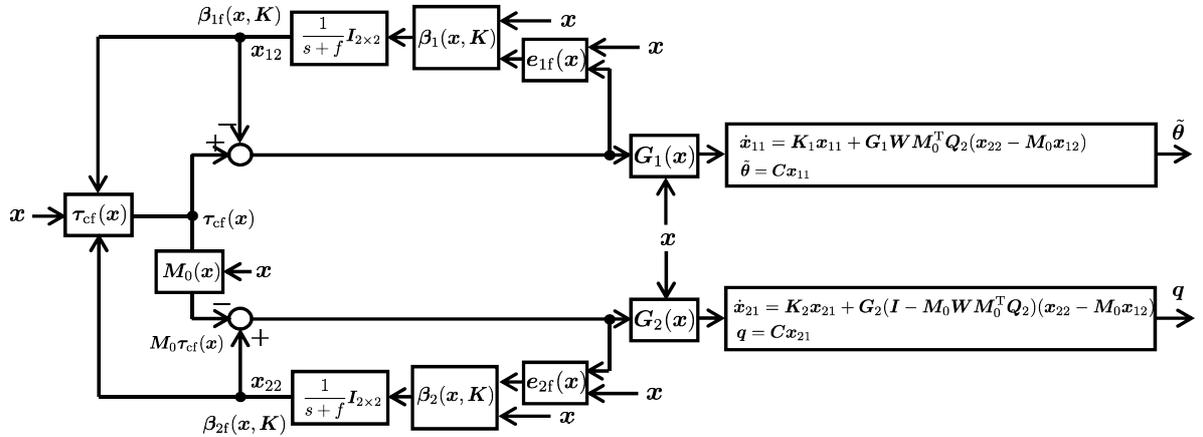


Fig. M.1: Block diagram of position control system

このとき,  $|q_i| \leq 5 [\text{deg}]$  ( $i = 1, 2$ ) ならば  $\Lambda(q)$  の定義より  $\Lambda(q) := \Lambda_0 q$  のように表されることから,  $x$  で線形表現できる. この性質を利用すると, 状態方程式および出力方程式はそれぞれ (6.3.18) 式および (6.3.19) 式となる. これより, (6.3.18) 式の右辺第 2 項が  $x$  に関して線形とみなせるのは明らかである. また,  $|q_i| \leq 5 [\text{deg}]$  ( $i = 1, 2$ ) において, (6.3.18) 式の右辺第 2 項をテーラー展開すると (6.3.18) 式は次式のように計算される [79, 80].

$$\dot{x} = Kx + H_0x + h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2) \quad (\text{M.5})$$

ここに,  $H_0 := \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_{x=0}$  は次式で与えられる.

$$H_0 := [H_{01}^T(\Omega_1, \Omega_2), H_{02}^T(\Omega_1, \Omega_2), H_{03}^T(K, \Omega_1, \Omega_2), H_{04}^T(K, \Omega_1, \Omega_2)]^T \quad (M.6)$$

$$H_{01}(\Omega_1, \Omega_2) := [O_{4 \times 4}, -\underline{G}_1 \underline{W}_0 \underline{M}_0, O_{4 \times 4}, \underline{G}_1 \underline{W}_0] \quad (M.7)$$

$$\begin{aligned} H_{02}(K, \Omega_1, \Omega_2) := & \left[ -\tilde{\underline{M}} K_P C + (B_1 - \tilde{\underline{M}} K_D) C K_1, \right. \\ & -(B_1 - \tilde{\underline{M}} K_D) C \underline{G}_1 \underline{W}_0 \underline{M}_0 + \underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1} B_2 C \underline{G}_2 (I - \underline{M}_0 \underline{W}_0) \underline{M}_0, \\ & -\underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1} \underline{\Lambda}_0 C - \underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1} B_2 C K_2, (B_1 - \tilde{\underline{M}} K_D) C \underline{G}_1 \underline{W}_0 \\ & \left. -\underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1} B_2 C \underline{G}_2 (I - \underline{M}_0 \underline{W}_0) \right] \quad (M.8) \end{aligned}$$

$$H_{03}(\Omega_1, \Omega_2) := [O_{4 \times 4}, -\underline{G}_2 (I - \underline{M}_0 \underline{W}_0) \underline{M}_0, O_{4 \times 4}, \underline{G}_2 (I - \underline{M}_0 \underline{W}_0)] \quad (M.9)$$

$$\begin{aligned} H_{04}(K, \Omega_1, \Omega_2) := & [\underline{M}_0 B_1 C K_1, -\underline{M}_0 B_1 C \underline{G}_1 \underline{W}_0 \underline{M}_0 \\ & + \{(I + \underline{M}_0 \underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1}) B_2 - \underline{M}_{22} F_D\} C \underline{G}_2 (I - \underline{M}_0 \underline{W}_0) \underline{M}_0, \\ & \{\underline{M}_{22} F_P - (\underline{M}_0 \underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1} + I) \underline{\Lambda}_0\} C \\ & - \{(I + \underline{M}_0 \underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1}) B_2 - \underline{M}_{22} F_D\} C K_2, \underline{M}_0 B_1 C \underline{G}_1 \underline{W}_0 \\ & + \{-(\underline{M}_0 \underline{M}_{12} \underline{M}_{22}^{-1} + I) B_2 + \underline{M}_{22} F_D\} C \underline{G}_2 (I - \underline{M}_0 \underline{W}_0)] \quad (M.10) \end{aligned}$$

$\underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{W}_0, \underline{M}_0, \tilde{\underline{M}}, \underline{M}_{11}, \underline{M}_{12}, \underline{M}_{22}$  および  $\underline{\Lambda}_0$  は,  $M_{i,j} (i = 1, 2, j = 1, 2)$  において,  $x = 0$  としたときの  $\rho$  および  $\theta^*$  で構成される行列である. 以上より, (6.3.18) 式の右辺第 2 項が

$$H_0 x + h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2) \quad (M.11)$$

となるのは明らかである. また, (6.3.18) 式の右辺第 2 項が,  $x$  の三角関数からなる非線形項を要素に持つ行列であることから, (6.3.18) 式の右辺第 2 項を  $x$  で微分して得られた  $h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)$  は  $x$  が小さいとき,  $\|x\|$  に比較して十分小さいことがいえる. したがって,  $h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)$  の成分は少なくとも  $x$  に関して 2 次以上の項を要素に持つことがいえる [79]. 以上より,

$$\|h_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)\| = \gamma(K, \Omega_1, \Omega_2) \|x\|^2 \quad (M.12)$$

を満たす  $\gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)$  の存在がいえる.

Q. E. D.

## 付録N 補題6-2の証明

関数  $W(\hat{\rho})$  をつぎのように定義する .

$$W(\hat{\rho}) := \sum_{i=1}^{14} \frac{1}{\gamma} \left\{ \phi_i(\hat{\rho}) - \phi_i(\rho) - \phi_i(\rho) \ln \left[ \frac{\phi_i(\hat{\rho})}{\phi_i(\rho)} \right] \right\} \quad (\text{N.1})$$

ここで ,  $\phi_i(\hat{\rho}) \geq \phi_i(\rho) + \phi_i(\rho) \ln \left[ \frac{\phi_i(\hat{\rho})}{\phi_i(\rho)} \right]$  (等号は  $\hat{\rho} = \rho$  のとき) より , (N.1) 式は正定関数である .

(6.5.4) 式の解軌道に沿って  $W(\hat{\rho})$  の時間微分を評価すると  $\dot{W}(\hat{\rho}) = -\tilde{\rho}^T R \tilde{\rho}$  を得る . この式は ,  $\dot{W}(\hat{\rho}) \leq 0$  を満たすので , 付録 D と同様の手法で適応ループの性質をいうことができる . Q. E. D.



## 付録O 補題6-3の証明

(i) 柔軟リンクロボットアームの誤差方程式は，付録Mで示したように次式で表される．

$$\tilde{M}e_1 = \tau - \beta_{10}(x, K) ; \beta_{10}(x, K) := \beta_1(x, K) + \dot{M}e_{1f} \quad (O.1)$$

$$M_{22}e_2 = \beta_{20}(x, K) - M_0\tau ; \beta_{20}(x, K) := \beta_2(x, K) - \dot{M}_{22}e_{2f} - \dot{M}\tau_f \quad (O.2)$$

(O.1)式と(O.2)式に $\tau_c(\hat{\rho})$ を代入すると次式で与えられる．

$$\hat{M}e_1 = \tau_c(\hat{\rho}) - \hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{10} - \beta_{10} + (\hat{M} - \tilde{M})e_1 \quad (O.3)$$

$$\hat{M}_{22}e_2 = \hat{\beta}_{20} - \hat{M}_0\tau_c(\hat{\rho}) - (\hat{\beta}_{20} - \beta_{20}) + (\hat{M}_0 - M_0)\tau_c(\hat{\rho}) + (\hat{M}_{22} - M_{22})e_2 \quad (O.4)$$

ここで， $\beta_1, \beta_2$ がパラメータ $\rho$ に関して次式で表されることに着目する．

$$\beta_1 = A_1\rho - \tilde{M}e_1 - M_{12}M_{22}^{-1}A_2\rho \quad (O.5)$$

$$\beta_2 = M_{22}e_2 + M_0A_1\rho - (I + M_0M_{12}M_{22}^{-1})A_2\rho \quad (O.6)$$

(O.3)式と(O.4)式の誤差方程式に(O.5)，(O.6)式と(O.5)，(O.6)式の $\rho$ を $\hat{\rho}$ に置き換えた関係を代入すると次式を得る．

$$\hat{M}e_1 = \tau_c(\hat{\rho}) - \hat{\beta}_{10} - A_1\tilde{\rho} + \hat{M}_{12}\hat{M}_{22}^{-1}A_2\tilde{\rho} \quad (O.7)$$

$$\hat{M}_{22}e_2 = \hat{\beta}_{20} - \hat{M}_0\tau_c(\hat{\rho}) + \hat{M}_0A_1\tilde{\rho} - (I + \hat{M}_0\hat{M}_{12}\hat{M}_{22}^{-1})A_2\tilde{\rho} \quad (O.8)$$

(O.7)式と(O.8)式の両辺を $1/(s+f)$ のフィルタに通すと(6.5.1)式と(6.5.2)式を得る．状態量を $x$ としたとき，(6.5.1)および(6.5.2)式により，制御系のブロック線図は，Fig.O.1のように表される．

このとき， $|q_i| \leq 5$  [deg] ( $i = 1, 2$ ) ならば $\Lambda(q)$ の定義より， $\rho$ を $\hat{\rho}$ で置き換えると $\hat{\Lambda}(q) := \hat{\Lambda}_0q$ のように表されることから， $x$ で線形表現できる．この性質を利用すると，状態方程式および出力方程式はそれぞれ(6.5.9)式および(6.5.10)式となる．これより，(6.5.9)式の右辺第2項が $x$ に関して線形とみなせるのは明らかである．この性質を利用すると，付録Mと同様に(6.5.9)式の右辺第2項が

$$\hat{H}_0x + \hat{h}_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2) \quad (O.9)$$

であることがいえ，

$$\|\hat{h}_1(x, K, \Omega_1, \Omega_2)\| = \gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)\|x\|^2 \quad (O.10)$$

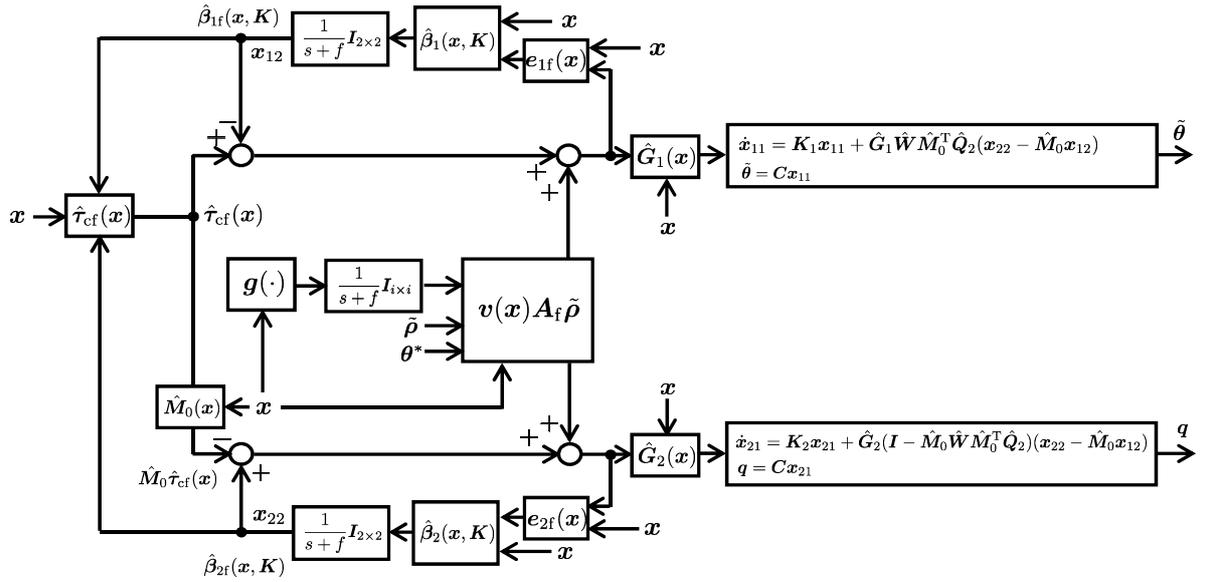


Fig. O.1: Block diagram of position control system with nominal parameter  $\hat{\rho}$

を満たす  $\gamma(K, \Omega_1, \Omega_2)$  の存在がいえる .

(ii) 付録 L A の定義より明らかなように ,  $A_f$  の要素は  $\tilde{\theta}$  ,  $q$  ,  $\dot{\theta}$  および  $\dot{q}$  で線形表現できる . これより ,  $A_f$  は  $x$  で線形化することが可能である . したがって ,

$$\|E(x)A_f \tilde{\rho}\| \leq \gamma_0(\varepsilon) \|x\| \quad (\text{O.11})$$

を満たす  $\gamma_0(\varepsilon)$  の存在がいえる .

Q. E. D.

## 謝 辞

本研究は、著者が防衛大学校理工学研究科後期課程入校中に、同大学電気電子工学科板宮敬悦准教授の指導のもとに行ったものである。博士前期課程修了から10年のブランクがあるにもかかわらず、本研究推進にあたり終始あたたかいご指導を賜りました指導教官 准教授 板宮敬悦先生に心から感謝の意を表します。

また、お忙しい中、本論文を査読していただき適切なお教示を賜りました慶應義塾大学工学部教授 大森浩充先生、防衛大学校航空宇宙工学科教授 越智徳昌先生、情報工学科教授 滝田好宏先生および機械システム工学科教授 八島真人先生に御礼申し上げます。研究活動に協力していただいた研究室のみなさんに御礼申し上げます。

最後に、防衛大学校理工学研究科後期課程入校の機会を与えていただいた航空自衛隊および精神的支えとなってくれた妻と娘に対し深く感謝します。



## 参考文献

- [1] 川崎晴久：ロボット工学の基礎, 森北出版, 1991.
- [2] 日本ロボット学会 (編): 新版ロボット工学ハンドブック, コロナ社, 2005.
- [3] 小林ほか：計測自動制御学会編 ロボット制御の実際, コロナ社, 1997.
- [4] 計測自動制御学会 (編): 自動制御ハンドブック (基礎編), pp. 701–703, オーム社, 1983 .
- [5] J. J. E. Slotine and W. Li, “On the Adaptive Control of Robot Manipulators,” *The International Journal of Robotics Research.*, Vol. 6, No. 3, pp. 49–59, 1987.
- [6] J. J. E. Slotine and W. Li, “Adaptive Manipulator Control: A Case Study,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 33, No. 11, pp. 995–1003, 1988.
- [7] B. Paden and R. Panja, “Globally Asymptotically Stable ‘PD+’ Controller for Robot Manipulators,” *Int. J. Control*, Vol. 47, No. 6, pp. 1697–1712, 1988.
- [8] H. Berghuis and H. Nijmeijer, “A Passivity Approach to Controller-Observer Design for Robots,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 9, No. 6, pp. 740–754, 1993.
- [9] 浪花, 有本, L. L. WHITCOMB, 劉：手先拘束下にあるマニピュレータに対する Model-Based 適応制御, 計測自動制御学会論文集, Vol. 31, No. 1, pp. 22–30, 1995.
- [10] 尹, 早川：ロボットマニピュレータのロバスト制御および適応ロバスト制御, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 67, No. 657, pp. 1507–1514, 2001.
- [11] R. P. Paul, “Modeling, Trajectory Calculation, and Servoing of Computer Controlled Arm,” Stanford University, A. I. Lab., AIM 177, Nov. 1972.
- [12] A. K. Bejczy, “Robot Arm Dynamics and Control,” Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, TM 33–609, 1974.
- [13] LUH J. Y. S., “Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 25, No. 3, pp. 468–474, 1980.
- [14] LUH J. Y. S., “On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators,” *Trans. ASME, J. DAMC*, Vol. 102, No. 3, pp. 69–76, 1980.

- [15] J. J. Craig, P. Hsu and S. Sastry, “Adaptive Control of Mechanical Manipulators,” *IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 190–195, 1986.
- [16] R. H. Middleton and G. C. Goodwin, “Adaptive Computed Torque Control for Rigid Link Manipulators,” *Systems & Control Letters*, Vol. 10, No.1, pp. 9–16, 1988.
- [17] W. Li and J. J. E. Slotine, “An indirect adaptive robot controller,” *Systems & Control Letters*, Vol. 12, No. 3, pp. 259–266, 1989.
- [18] 水戸部, 劉, 那須, 足立 : 間接法によるロボットの適応制御系の一構成法, 計測自動制御学会論文  
文集, Vol. 31, No. 1, pp. 31–37, 1995.
- [19] J. J. E. Slotine and W. Li : *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991.
- [20] 大貫, 野波, 西尾 : パラメータ適応同定に基づく不確かなロボットアームのセンサレススラ  
イディングモード位置決め制御, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 64, No. 619, pp. 910–917,  
1998.
- [21] A. Astolfi and R. Ortega, “Immersion and invariance: A new tool for stabilization and  
adaptive control of nonlinear systems,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 48, No. 4,  
pp. 590–606, 2003.
- [22] A. Astolfi, D. Karagiannis and R. Ortega, “Nonlinear and Adaptive Control with Applica-  
tions,” *Springer-Verlag*, 2007.
- [23] Dongeun. Seo and Maruthi. R. Akella, “Non-certainty equivalent adaptive control for robot  
manipulator systems,” *Systems & Control Letters*, Vol. 58, No. 4, pp. 304–308, 2009.
- [24] R. E. Kalman, “Design of a Self Optimizing Control System,” *Trans. of ASME*, vol. 80, pp.  
468–478, 1958.
- [25] A. S. Morse, “High Order Parameter Tuners for the Adaptive Control of Linear and Nonlin-  
ear Systems,” in *Proc.US-Italy Joint Seminar Syst. Model Feedback Theorem Appl*, 1992.
- [26] R. Ortega, “On Morse’s New Adaptive Controller: Parameter Convergence and Transient  
Performance,” *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. 38, no. 8, pp. 1191–1202, 1993.
- [27] 大森浩充 : 高階調整法による適応制御, 計測と制御, 第 35 巻, 第 6 号, pp. 424–429, 1996 .
- [28] 板宮, 山野, 鈴木 : DyCE 原理に基づくモデル規範形適応制御系の一構成法とその安定性, 計  
測自動制御学会論文集, Vol. 34, No. 9, pp.1205–1213, 1998.
- [29] K. Itamiya, M. Sawada and T. Suzuki, “Model Reference Adaptive Control System Based  
on Surrogate Model Control Using Plant Parameter Estimates,” *Proc. of the 38th IEEE  
Conf. on Dec. and Contr.*, pp. 3327–3329, 1999.

- [30] 大森浩充：適応制御の制御構造といくつかの手法，計測と制御，第40巻，第8号，pp. 591–598，2009。
- [31] P. A. Ioannou and J. Sun：Robust Adaptive Control，pp. 85，*Prentice Hall*，1996。
- [32] 鈴木隆：アダプティブコントロールコロナ社，2001。
- [33] 棚橋，板宮：代理モデル制御則が常に成り立つモデル規範形適応制御系の一構成法，計測自動制御学会論文集，Vol. 43，No. 12，pp. 1127–1135，2007。
- [34] A. Nagurney and D. Zhang：Projected Dynamical Systems and Variational Inequalities with Applications，*Kluwer Academic Publishers, Boston, Massachusetts*，1996。
- [35] G. C. Goodwin and D. Q. Mayne，A Parameter Estimation Perspective of Continuous Time Model Reference Adaptive Control,” *Automatica*，Vol. 23，No. 1，pp. 57–70，1987。
- [36] J.-B. Pomet and L. Praly，“Adaptive nonlinear regulation: Estimation from the Lyapunov equation,” *IEEE Trans. on Automatic Control*，Vol. 37，No. 6，pp. 729–740，1992。
- [37] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. Kokotovic: Nonlinear and Adaptive Control Design, *John Wiley and Sons*, 1995.
- [38] F. Ikhouane and M. Krstic，“Adaptive Backstepping with Parameter Projection: Robustness and Asymptotic Performance,” *Automatica*，Vol. 34，No. 4，pp. 429–435，1998。
- [39] K. Kuhnen and P. Krejc，“Identification of linear error-models with projected dynamical systems,” *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*，Vol. 10，No. 1，pp. 59–91，2004。
- [40] K. Kuhnen and P. Krejci，“An adaptive gradient law with projection for non-smooth convex boundaries,” *European Journal of Control*，Vol. 12，No. 6，pp. 606–619，2006。
- [41] M. R. Akella，“Adaptive Control – A Departure from the Certainty-Equivalence Paradigm,” *The Journal of the Astronautical Sciences*，Vol. 52，No.1–2，pp. 75–91，2004。
- [42] M. R. Akella and Kamesh Subbarao，“A novel parameter projection mechanism for smooth and stable adaptive control,” *Systems & Control Letters*，Vol. 54，No. 1，pp. 43–51，2005。
- [43] 棚橋，板宮：チューニング関数を用いる適応バックステッピング制御系にパラメータ射影アルゴリズムを併用する一構成法，システム制御情報学会論文誌，Vol. 21，No. 10，pp. 320–326，2008。
- [44] Z. Cai, M. S. de Queiroz, and D. M. Dawson，“A sufficiently smooth projection operator,” *IEEE Trans. on Automatic Control*，Vol. 51，No. 1，pp. 135–139，2006。

- [45] Z. Cai, M. S. de Queiroz, and D. M. Dawson, "Robust adaptive asymptotic tracking of nonlinear systems with additive disturbance," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 51, No. 3, pp. 524–529, 2006.
- [46] 澤田, 板宮 : 計算トルク法をベースとしたロボットアームの適応軌道制御系の過渡応答改善法, 計測自動制御学会産業論文集, Vol. 10, No. 7, pp. 58–65, 2011.
- [47] M. Sawada and K. Itamiya, "An improvement of transient response of dynamic certainty equivalent model reference adaptive control system based on new smooth parameter projection high order tuner," *The SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 6, No. 4, 2013. ( ページ番号は未定 )
- [48] R. Ortega and M. W. Spong, "Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial," *Proc. of the 27th IEEE Conf. on Dec. and Contr.*, No. 2, pp. 1575–1584, 1988.
- [49] R. Colbaugh, K. Glass, H. Seraji, "Adaptive tracking control of manipulators: Theory and experiments," *Systems & Control Letters*, Vol. 12, No. 3, pp. 209–216, 1996.
- [50] G. Kreisselmeier, "Adaptive Observers with Exponential Rate of Convergence," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 22, No.1, pp. 2–8, 1977.
- [51] M. Sawada and K. Itamiya, "A New Smooth Parameter Projection High Order Tuner for Robust Adaptive Control," *The 7th IFAC Symposium on Robust Control Design ROCOND'12*, pp. 564–569, Aalborg, Denmark, June 2012.
- [52] 新, 北森 : 拡張誤差を用いない連続時間モデル規範形適応制御系の構成, 第3回適応制御シンポジウム, pp. 57–60, 1983.
- [53] S. Tanahashi and K. Itamiya, "A Stability and Control Performance of Robust Model Reference Adaptive Control System: An Approach Based on Its Generalized Structure," *SICE JCMSI*, Vol. 4, No. 2, pp. 120–128, 2011.
- [54] S. K. Dwivedy and P. Eberhard, "Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, No. 7, pp. 749–777, 2006.
- [55] QUANSER : Dynamic Equation For The Frist (Second) Stage of The 2DOF Serial Flexible Link Robot, QUANSER, 2006.
- [56] W. J. Book, O. Maizza-Neto and D. E. Whitney, "Feedback control of two beam, two joint systems with distributed flexibility," *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, Vol. 97, No. 4, pp. 424–431, 1975.
- [57] 松野文敏編 : フレキシブル・マニピレータ特集号, 日本ロボット学会, Vol. 2, No. 2, pp. 169–230, 1994.

- [58] 大塚, 土館, 相根, 田島, 背戸: フレキシブルロボットアームの運動と振動の制御: 拡張低次元化物理モデルを用いた実例, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 69, No. 687, pp. 2914–2920, 2003.
- [59] 菅原, 尾形, 早川: 2 フレキシブルリンクマニピュレータのエネルギー修正法によるモード振幅の修正を考慮した制御, 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 4, pp. 396–403, 2006.
- [60] 清水, 佐々木, 岡田: 2 自由度フレキシブルマニピュレータの手先位置制御 (マニピュレータ), 「振動と運動の制御」シンポジウム講演論文集, No. 10, pp. 317–321, 2007.
- [61] R. H. Cannon and E. Schmitz, “Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot,” *Int’l J. Rob. Res.*, Vol. 3, No. 3, pp. 62–75, 1984.
- [62] 福田: フレキシブルロボットアームの制御: 第 1 報, 一, 二自由度系の位置決め時の振動制御, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 51, No. 468, pp. 2140–2144, 1985.
- [63] 坂和, 松野: フレキシブル・アームのモデリングと制御, 計測と制御, Vol. 25, No. 1, pp. 64–70, 1986.
- [64] 吉田, 板宮: 2 自由度柔軟リンクロボットマニピュレータの適応位置制御, 第 10 回適応学習制御シンポジウム資料, pp. 13–18, 2010.
- [65] 岩田, 中田, 渡辺: スライディングモードによる柔軟アームの位置決め制御, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 57, No. 534, pp. 563–567, 1991.
- [66] 北村, 岩淵, 野波, 西, 小林: 弾性アームの周波数成形型スライディングモード位置決め制御, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 63, No. 606, pp. 431–437, 1997.
- [67] 小林, 為近: スライディングモード制御による 2 リンク柔軟ロボットアームの制振制御, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 66, No. 641, pp. 89–95, 2000.
- [68] 井上, 小林: スライディングモード制御を用いた 2 リンク柔軟アームの制振制御実験, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 66, No. 650, pp. 3313–3319, 2000.
- [69] 川内, 松崎: スライディングモード制御を用いた柔軟アームの運動制御, 日本機械学会, Dynamics & Design Conference 2004, pp. 240-1–240-6, 2004.
- [70] H. Kanoh and H. G. Lee, “Vibration control of one-link flexible arm,” *Proc. of the 24th IEEE Conf. on Dec. and Contr.*, No. 24, pp. 1172–1177, 1985.
- [71] 松野, 村田: 先端負荷をもった 2 リンク柔軟アームの PDS 制御, システム制御情報学会論文誌, Vol. 14, No. 1, pp. 26–32, 2001.
- [72] 遠藤, 松野: 2 リンク柔軟アームに対する PDS 制御器の局所漸近安定性, 計測自動制御学会論文集, Vol. 41, No. 3, pp. 226–233, 2005.

- [73] Gerasimos G. Rigatos, “Model-based and model-free control of flexible-link robots: A comparison between representative methods,” *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 33, No. 10, pp. 3906–3925, 2009.
- [74] 鈴木, 前田 : 同時摂動最適化法による 2 リンクフレキシブルアームの適応制御, 第 53 回自動制御連合講演会予稿集, pp. 1217–1219, 2010.
- [75] 鈴木, 前田 : 2 リンクフレキシブルアームの同時摂動最適化法を用いた適応制御, 第 55 回システム制御情報学会研究発表講演会予稿集, pp. 215–216, 2011.
- [76] 松崎, 近藤, 宗和, 潮田, 篠崎, 園部 : 部分空間制御法を用いた 2 リンクフレキシブルマニピュレータの CP 制御, 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 75, No. 753, pp. 1397–1404, 2009.
- [77] 松崎, 川内 : 計算トルク法と  $H_\infty$  制御を用いた 1 リンク柔軟アームの運動制御, 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2003 CD-ROM 論文集, pp. 133-1–133-5, 2003.
- [78] 澤田, 板宮 : 柔軟リンクロボットアームの適応制御法の一考察, 第 54 回自動制御連合講演会予稿集, pp. 341–344, 2011.
- [79] 伊藤正美 : 自動制御概論 ( 下 ) , pp. 79–82, 昭晃堂 , 1985 .
- [80] H. K. Khalil : Nonlinear systems, *Prentice Hall*, 2002.
- [81] 青木徹彦 : 構造力学, コロナ社 , 1986 .

## 刊行論文

- 1) 澤田, 板宮 : 計算トルク法をベースとしたロボットアームの適応軌道制御系の過渡応答改善法, 計測自動制御学会産業論文集, Vol. 10, No. 7, pp. 58-65, 2011.
- 2) M. Sawada and K. Itamiya, "An Improvement of Transient Response of Dynamic Certainty Equivalent Model Reference Adaptive Control System Based on New Smooth Parameter Projection High Order Tuner," *The SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 6, No. 4, 2013. ( ページ番号は未定 )
- 3) 澤田, 板宮 : 計算トルク法に基づく 2 自由度柔軟リンクロボットアームの位置制御, 電気学会論文誌 C ( 投稿中 )

## 学会発表リスト

- 1) M. Sawada, K. Itamiya: A Design Scheme of Model Reference Adaptive Control System with Using a Smooth Parameter Projection Adaptive Law, SICE Annual Conference, Waseda University, Tokyo, pp. 1704–1709 (2011. 9)
- 2) M. Sawada, K. Itamiya: A New Smooth Parameter Projection High Order Tuner for Robust Adaptive Control, The 7th IFAC Symposium on Robust Control Design, Aalborg, Denmark, pp. 564–569 (2012. 6)
- 3) M. Sawada, K. Itamiya: Adaptive Position Control with Using a Smooth Projection Adaptation Law for 2 DOF Flexible Link Robot Arm, SICE Annual Conference 2012 Akita University, Akita, pp. 1210–1215 (2012. 8)
- 4) M. Sawada, K. Itamiya: A Position Control of 2 DOF Flexible Link Robot Arms Based on Computed Torque Method, 2012 International Conference on Advanced Mechatronic Systems, Tokyo University of Agriculture and Technology, Tokyo, pp. 547–552 (2012. 9)
- 5) 澤田, 板宮: ロボットアームの適応軌道制御系の過渡応答改善法 -射影アルゴリズムの利用-, 第 53 回自動制御連合講演会, 高知城ホール, pp. 703–708 (2010.11)
- 6) 澤田, 板宮: 微分値の存在を保証するパラメータ射影アルゴリズムを併用した適応則の一般化, 第 11 回適応学習制御シンポジウム, 東京工業大学大岡山キャンパス, pp. 57–60 (2011. 1)
- 7) 澤田, 板宮: 微分値の存在を保証するパラメータ射影アルゴリズムを併用した適応則-拘束すべき凸集合の拡張の検討-, 第 55 回システム制御情報学会研究発表講演会, 大阪大学コンベンションセンター, pp. 655–656 (2011. 5)
- 8) 澤田, 板宮: 柔軟リンクロボットアームの適応制御法の一考察, 第 54 回自動制御連合講演会, 豊橋技術科学大学, pp. 341–344 (2011.11)
- 9) 澤田, 板宮: 2 自由度柔軟リンクロボットアームの適応制御法に関する一考察, 産業計測制御研究会, 横浜国立大学, pp. 65–70 (2012. 3)
- 10) M. Sawada, K. Itamiya: A Smooth Projection Adaptation Law for Robust MRACS, 第 3 回プラントモデリング・第 12 回適応学習制御合同シンポジウム, 東京工業大学大岡山キャンパス, pp. 41–48 (2012. 4)
- 11) 澤田, 板宮: 柔軟リンクロボットアームの適応位置制御系の安定性について, 第 55 回自動制御連合講演会, 京都大学 吉田キャンパス, pp. 815–820 (2012.11)