

論文の内容の要旨

1. 研究の背景

食物連鎖などの生物学的ネットワーク，インターネットなどの工学的ネットワーク，そして友人関係などの社会ネットワークに代表されるように，多数の要素から構成されるネットワーク（システム）は，要素間の物理的接続もしくは相互作用の有無によって定まる特定の構造を有している。これらは，総称“複雑ネットワーク”と呼ばれる。複雑ネットワーク上で起こる現象や観測されるデータは，その根底にあるネットワークの構造と要素間で起こるダイナミクスの組合せによって変化し，複雑な振る舞いを示す。

ネットワーク上でのダイナミクスに関する研究は，基礎研究から現実世界での応用まで幅広く行われ重要な研究分野として近年注目されている。しかしながら，“ネットワーク構造はネットワーク上でのダイナミクスにどのような影響を及ぼすのか？”また“最適な構造を持つネットワークをどのように設計すればよいのか？”といった問題は，これまであまり解明されてこなかった。

2. 研究の目的

本研究では，ネットワーク上のダイナミクスとして，感染症の拡散などの確率的伝播，カスケード現象，そしてコンセンサス（同期）問題を取り上げる。そして，これらのダイナミクスの特性に着目しながら最適なネットワークを設計する手法を提案する。また，最適化された小規模なネットワークを再帰的な手法により結合させ，超大規模ネットワークを構築する。次に，構築したモジュール構造を持つ超大規模ネットワーク上でのダイナミクスを解析する。これにより，ネットワーク構造とネットワーク上で起こるダイナミクスの関係を明らかにし，ネットワークの大きさに応じた最適ネットワークの設計法を提案することを目的とする。

3. 研究の成果

3. 1 進化手法による最適ネットワークの設計

最適なネットワークを設計することは，一般に複雑であり大規模なネットワークの設計法はまだ確立されていない。本研究では，遺伝的アルゴリズムによる最適なネットワークの設計法を提案する。本手法の特徴として，適切に適応関数を定義することで目的に合った最適なネットワークを構築できる。一方で，最適化に要する計算量が大きく，比較的小規模（500 ノード程度）のネットワーク設計に限定される。

3. 2 最適なネットワーク構造の発見

進化手法により求めた最適なネットワークの構造上の特徴を数学的解析とシミュレーション実験により明らかにする。

1) 感染症などの確率的伝播は，初期感染ノードの状態が隣接するノードに確率的に伝播すると同時に，感染ノードが確率的に治癒することを繰り返しながら進むダイナミクスで

ある。このとき、伝播を最大限に促進する最適なネットワークとは、中央に完全グラフを形成し、残りのノードがその完全グラフと結合しているネットワークであることを明らかにする。また、伝搬を最小限に抑制する最適なネットワークは、全てのノードが同じ数の隣接ノードを持つ同質的なネットワークであることを明らかにする。

2) カスケード現象は、各ノードの状態が互いに参照関係にある隣接するノード状態と自身の持つ閾値に基づいて変化していく伝播現象である。このとき、カスケード現象が最大限に拡大する最適なネットワークとは、隣接ノード数が少ないノードが相互に接続して大きなクラスタを形成しているネットワークであることを明らかにする。また、カスケード現象は、このクラスタを足場としてネットワーク全体に広がることを明らかにする。一方、カスケード現象を最小限に抑制する最適なネットワークは、次数の小さなノードが大きなクラスタを形成しておらず、反対に次数の大きいハブノードが大きなクラスタを形成しているネットワークであることを明らかにする。

3) コンセンサス問題とは同期現象であり、隣接するノードの状態と自身の状態を入力とする双方向の相互作用を持つ。このとき、各ノードの初期状態の平均値に全てのノードが収束する問題は、平均コンセンサス問題と呼ばれ多くの研究が行われている。コンセンサスを最速化するには、従来研究において **Ramanujan** ネットワークのように正則なグラフ(ネットワーク)が最適とされてきたが、正則であることが最速化の必要条件ではないことを示す。特に、ネットワークが十分に疎であるとき、複数の木構造を持つネットワークが中央にあるリングネットワークを介して結合しているネットワーク上において、コンセンサスは最速になることを明らかにする。反対に、コンセンサスが最も遅いネットワークとは、完全グラフと線状のネットワークが結合したネットワークであることを明らかにする。

3. 3 大規模及び超大規模な最適ネットワークの設計

進化手法により得られた各ダイナミクスに最適な構造を持つ大規模ネットワークを設計するため、ヒューリスティック法による各構造に対応したネットワークモデルを提案する。さらに、一般に全体最適化が困難な超大規模ネットワークを構築する方法として、最適なネットワーク構造を持つ小規模のモジュールネットワークを再帰的に結合する設計法を提案する。そして、数学的解析とシミュレーション実験により、それぞれの手法の特性と効果について明らかにする。